

Rallye mathématique 2001



" Repérage terrestre : applications à la géographie et à l'astronomie "



Sommaire

- Page 1 : Un peu d'histoire.
- Page 2 : Le repérage terrestre.
- Page 3 : Techniques de la cartographie.
- Page 4 : Le GPS.
- Page 5 : Eléments d'Astronomie.
- Page 6 : Bibliographie

Source Internet

Un peu d'histoire ...

La connaissance géographique est à la base de la cartographie.

En 610 avant JC, Anaximandre affirme que la Terre est plate tel un disque ! Il faut compter sur le savoir des Grecs pour sortir de ces années obscures... Ils reconnaissent la forme sphérique de la terre et créent le système de latitude et de longitude (En 250 avant JC, Eratosthène calcule une approximation du rayon de la Terre). Dès lors apparaît le système des projections, à l'époque peu élaboré. Ptolémée, au IIe siècle répertorie les systèmes de projection et établit un recueil de cartes, c'est La Géographie de Ptolémée, redécouverte au Moyen-Âge par les Arabes. Au XIIIe siècle, l'usage du compas se généralise, on crée le Portulan, carte marine indiquant les côtes. Cependant, l'église ralentit cette progression du savoir.



Carte de l'atlas de Mercator

A la fin du XVIe, **Mercator** est le grand cartographe de l'époque: en 1585 il publie l'atlas du monde à l'usage des navigateurs riche de plus de 107 cartes.



Quelques années plus tard, **Copernic** révolutionne la vision du monde : le soleil tourne autour de son axe et la terre tourne autour du soleil ! (Héliocentrisme).

Le physicien et astronome italien **Galilée** confirme ces propos par la découverte des anneaux de Jupiter en 1610. Puis, Newton célèbre pour sa pomme (!) construit le premier télescope en 1668 et étudie le mouvement des planètes et de la lune, l'aplatissement de la Terre aux pôles (à cause de la gravitation)...

L'astronomie franchit alors un cap de progrès spectaculaires...

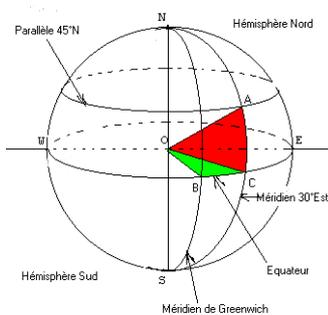


Salle des cartes. Palais des doges. Venise

La cartographie évolue grâce aux progrès techniques, si bien qu'aujourd'hui la cartographie est assistée par ordinateur ; grâce à une base de données: on enregistre les coordonnées géographiques de chaque forêt, ville, sommet, etc... grâce à des techniques comme celle du GPS. Une fois enregistrées, elles sont placées sur les futures cartes, aujourd'hui primordiales, tant pour la navigation que pour l'étude géopolitique.

Premières notions de base pour le repérage terrestre.

La terre est assimilée à une sphère de rayon d'environ 6500 kilomètres. Tout point de la surface de la terre est défini par deux coordonnées (dites planétocentriques) : **sa latitude et sa longitude**. Elles correspondent à des mesures d'angles exprimées en degré.

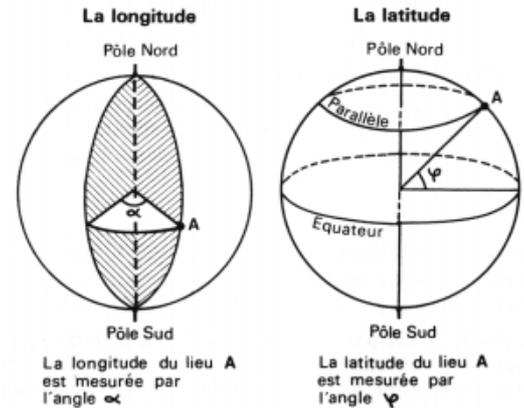


Un parallèle est un cercle passant par la surface de la terre dont le centre est sur l'axe reliant les pôles : l'ensemble des points d'un parallèle ont la même latitude. Pour mesurer une latitude, le parallèle de référence est l'*Equateur*.

Les latitudes sont comprises entre 0° et 90° Nord ou Sud.

Un calcul simple nous permet de connaître le rayon R du parallèle situé à la latitude k : $R = R_{\text{terre}} \times \cos k$.

Un méridien est un cercle passant par les deux pôles : l'ensemble des points d'un méridien ont la même longitude. Pour mesurer une longitude, le méridien de référence est *le méridien de Greenwich* (ville d'Angleterre). Les longitudes sont comprises entre 0° et 180° Est ou Ouest selon leur position à droite ou à gauche du méridien d'origine.

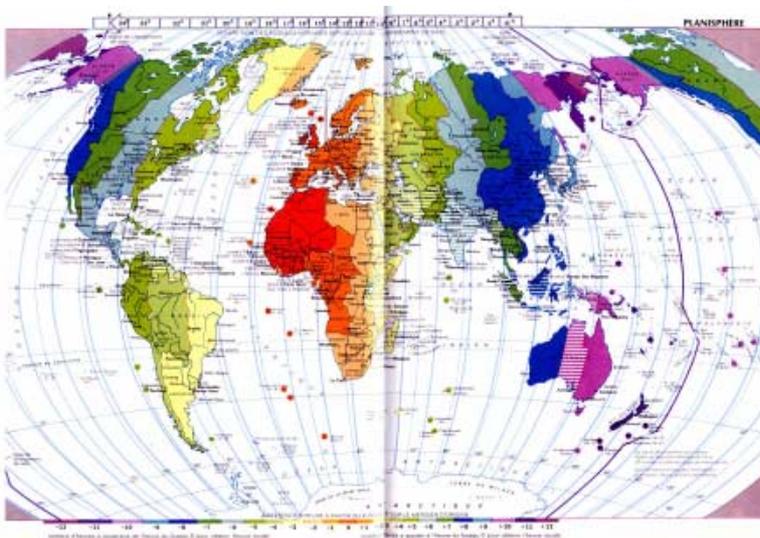


| | |
|--|---|
| Rayon de la Terre | $R_{\text{terre}} = 6500 \text{ km}$ |
| Périmètre de la Terre à l'Equateur | $P_{\text{terre}} = 2 \times \text{pi} \times R_{\text{terre}}$ (environ 40 000 km) |
| Longueur d'un parallèle à la latitude k | $L = 2 \times \text{pi} \times R_{\text{terre}} \times \cos k$ |
| 1 degré en latitude (le long d'un méridien) | $40000 \text{ km} / 360^\circ = 111 \text{ km}$ |
| 1 minute en latitude (le long d'un méridien) | $11 \text{ km} / 60 = 1860 \text{ m}$ (1 mile nautique) |
| 1 seconde en latitude (le long d'un méridien) | $1860 \text{ m} / 60 = 30 \text{ m}$ |

Les fuseaux horaires

La surface de la Terre est par convention divisée en 24 zones qui sont comprises entre deux demi-grands cercles tracés depuis les pôles. Ces zones ou fuseaux horaires sont donc numérotés de 0 à 23 à partir du méridien d'origine, le méridien de Greenwich, en allant vers l'Est.

Par convention, l'heure correspondant à chacun de ces fuseaux est le Temps Universel (T.U : heure locale du méridien de Greenwich) augmenté ou diminué d'un certain nombre d'heures, celui-ci variant en fonction du degré de longitude du fuseau. En effet, la Terre effectuant une rotation de 360 degrés toutes les 24 heures, une différence d'une heure équivaut à 15 degrés de longitude depuis Greenwich.



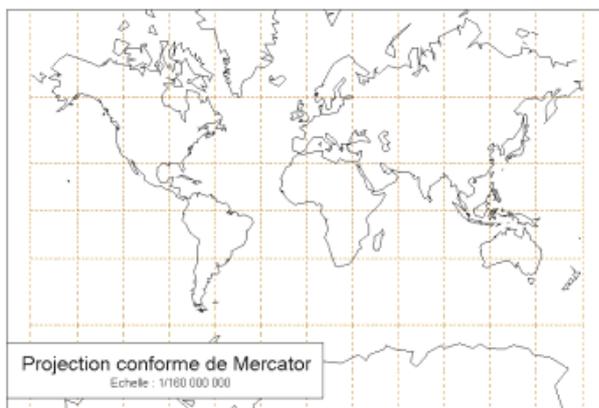
Les fuseaux horaires se situant à l'Est du méridien de Greenwich sont en avance par rapport à l'heure de ce méridien d'origine. A l'inverse, les fuseaux se situant à l'ouest retardent par rapport à ce méridien. Lorsqu'il est 12 heures sur le méridien de Greenwich, il est 20 heures à Tokyo et 7 heures à New-York. (C'est pour cela qu'Internet baisse en débit d'informations vers midi en France car les Américains se « réveillent »). De plus, le méridien situé à 180 degrés de longitude correspond à la ligne de changement de date. Ainsi si l'on passe cette ligne en direction de l'est on gagne un jour tandis que si l'on se dirige vers l'ouest on en perd un.

Les techniques de la cartographie.

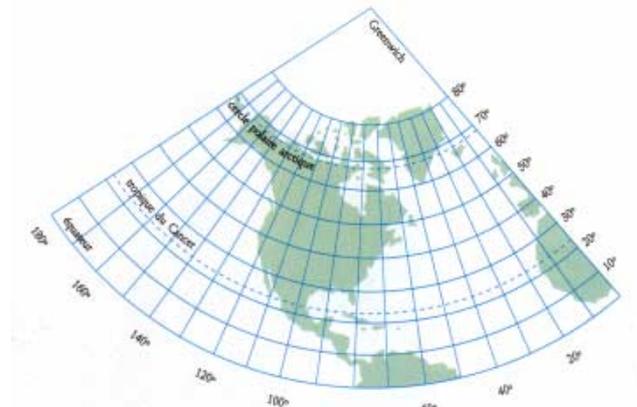
Les différentes projections : Le problème du cartographe est de reproduire sur une surface plane la surface courbe du globe afin d'obtenir un idéal : la conservation des formes et des surfaces. Malheureusement, c'est naturellement inaccessible car il n'y a pas de passages possibles au plan sans distorsion de forme, de surface, de distance ou de direction. Le cartographe choisit donc une projection en rapport avec ses besoins: elle représente la terre sous un angle spécifique, en se plaçant sur l'équateur (comme celle de Mercator), ou bien en prenant appui sur certains parallèles. On peut choisir de faire apparaître les méridiens en lignes droites, ou bien en les faisant concourir au pôle nord, bref les possibilités sont nombreuses et les résultats ne sont pas toujours concluants.



On peut distinguer les projections conformes, qui conservent les contours et les angles, et les projections équivalentes qui elles, conservent les superficies. Les utilisations sont diverses: observation, navigation...

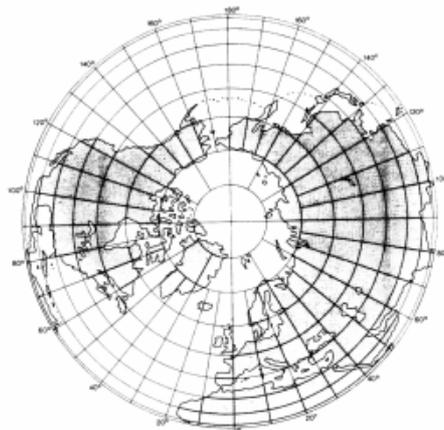


La projection de Mercator : conforme, c'est une représentation sur un cylindre équatorial. Les méridiens et les parallèles sont perpendiculaires. La conservation des angles est donc intéressante et facilite la navigation à cap constant. On remarque qu'au dessus de 60° de latitude, les déformations sont considérables, avec en exemple le Groenland qui apparaît plus grand que l'Australie.

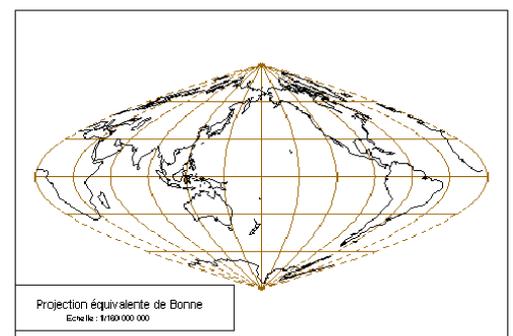


On peut citer également la projection de Lambert qui représente la terre avec un cône d'axe polaire tangent. Cette projection déforme très peu : on l'utilise pour les fonctions ou la consultation prime sur le tracé.

Projection azimutale orthographique polaire (Pôle Nord)



Autres types de projections
- azimutale
orthographique polaire
- de Bonne



Le GPS

De nos jours, de nombreuses marques automobiles présentent de nouvelles options sur leurs produits, il s'agit entre autres du GPS. A quel date cette prouesse technologique a-t-elle été inventée, et pour quel usage et quel est son fonctionnement ?



Historique :

A l'origine, le GPS (ou Global Positioning System) a été conçu afin de fournir aux forces armées un système de repérage global et de très bonne précision.

Il a fallu 30 ans entre le premier concept du GPS qui fut établi en 1965 aux USA et sa mise en place opérationnelle.

Fonctionnement :



Le système permet d'opérer en quatre dimensions : temps, latitude, longitude et altitude.

Pour obtenir la dimension temps, la réception des signaux d'un seul satellite est suffisante.

La latitude et la longitude s'obtiennent par la réception d'informations en provenance d'au moins trois satellites. Un satellite supplémentaire calcule l'altitude.

Ce système, basé sur la réception d'ondes radio, est composé d'une infrastructure de quelques satellites émetteurs permettant de couvrir l'ensemble de la planète.

Applications :

Le GPS possède de nombreuses fonctions : il peut nous donner les informations suivantes : la latitude, la longitude, l'altitude, la position, l'odomètre, la vitesse effective (vitesse vers laquelle on voyage), la vitesse sol (vitesse à laquelle on voyage par rapport au sol), l'emplacement et l'état des satellites, l'écart de route, la route désirée, l'heure estimée d'arrivée, le temps nécessaire et peut servir également de boussole...

La navigation en temps réel est l'une des applications élémentaire et principale du GPS.

Tout objet mobile muni d'un récepteur GPS peut connaître en temps réel sa position et sa vitesse dans un repère terrestre.

Que ce soit sur terre, sur mer, dans les airs ou dans l'espace, ces performances excellentes et le faible coût du récepteur GPS, font de ce système un instrument de navigation très prisé.

Bientôt, nos véhicules seront sûrement tous équipés de système de navigation GPS avec un système informatique embarqué permettant de donner des informations vocales sur un chemin à suivre, sur des lieux à éviter ou à visiter et sur les conditions météo.



Un peu d'astronomie...

Repérage stellaire.

Afin de faciliter le repérage des étoiles et autres objets célestes on utilise plusieurs techniques basées sur des procédés géométriques que nous allons définir dans les paragraphes suivants.

1) Sphère céleste locale.

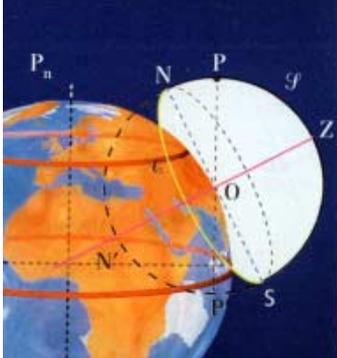


Figure 1

On considère un observateur terrestre placé en un point O. On peut imaginer qu'il est au centre d'une sphère immobile S appelée sphère céleste locale associée au point O comme dans la figure 1. Par rapport à cette sphère S, les étoiles tournent autour d'un de ses diamètres appelé axe du monde. La direction de cet axe (PP') est en France, donné par l'étoile polaire. Cet axe est parallèle à la droite joignant les deux pôles terrestres Pn et Ps.

2) Coordonnées locales horizontales.

On utilisera pour définir ces coordonnées la figure 2 qui est un agrandissement de la sphère céleste locale de la figure 1.

Le plan horizontal H ou (SOE') coupe la sphère S selon le cercle C. Les points d'intersection Z et N' des demi-verticales ascendante et descendante sont le Zénith et le Nadir (figure 1).

Les points d'intersection de l'axe du monde avec S sont les pôles célestes Nord et Sud notés P et P'. Le plan vertical (OZP) coupe C en N et S et donne le Nord et le Sud géographiques.

On considère un astre repéré, à un instant donné, par le point E, sur la sphère céleste locale S (figure 2). La direction de l'astre est donnée par :

- **son azimut** : c'est la mesure en degrés de l'angle SOE', prise dans le sens des aiguilles d'une montre. Elle varie de 0° à 360°. Cet azimut est compté à partir du Nord pour les géodésiens et les topographes.
- **sa hauteur** : c'est la mesure en degrés de l'angle E'OE, comptée positivement au-dessus de H et négativement en dessous. Elle varie de - 90° à + 90°.

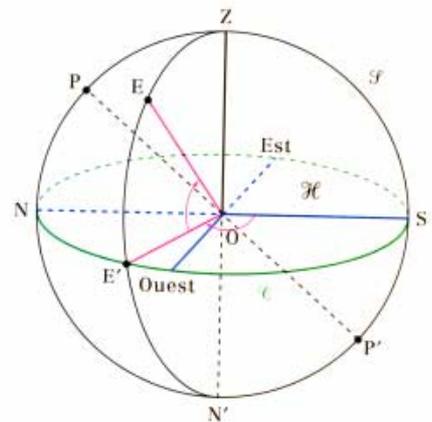


Figure 2

On peut notamment donner comme exemple les coordonnées locales horizontales des points Z et N.

| Points | Coordonnées horizontales | |
|--------|--|---------|
| | Azimut | Hauteur |
| Z | La valeur n'influe, pas elle peut varier de 0° à 360°. | + 90° |
| S | 0° | 0° |
| N | 180° | 0° |
| N' | La valeur n'influe, pas elle peut varier de 0° à 360°. | - 90° |

3) Caractéristiques spécifiques des étoiles par rapport à leurs mouvements

Toutes ces coordonnées permettent un repérage précis des étoiles et l'établissement de caractéristiques spécifiques pour certaines d'entre elles. Par exemple une caractéristique assez connue : une étoile est dite circumpolaire lorsqu'elle est assez voisine des pôles célestes pour rester toujours au-dessus de l'horizon en un lieu donné. En France, les étoiles de la Grande Ourse sont circumpolaires. La précision du lieu est très importante puisque l'horizon n'est pas le même pour chaque partie du globe. La sphère céleste locale se déplace : c'est la raison pour laquelle nous ne voyons pas les mêmes corps célestes dans l'hémisphère Nord et l'hémisphère Sud.

Sources Internet de ce dossier :

[http : www.faudi.net/ geography/latitude.htm](http://www.faudi.net/geography/latitude.htm)

[http : www.ac-clermont.fr/etabliss/landos/volumes.htm](http://www.ac-clermont.fr/etabliss/landos/volumes.htm)

[http : www.uhb.fr/ scd/fonds/bretagne.htm](http://www.uhb.fr/scd/fonds/bretagne.htm)

[http : www.ifrance.com/spaceview](http://www.ifrance.com/spaceview)

[http : www.iffly.free.fr/orthodromie.htm](http://www.iffly.free.fr/orthodromie.htm)

[http : www.cvm.qc.ca](http://www.cvm.qc.ca)

Bibliographie :

Manuels de mathématiques du programme de Seconde.

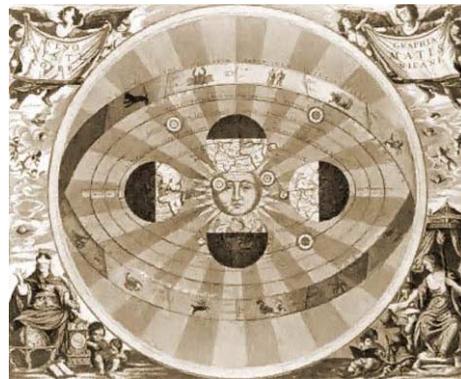
Manuels d'Histoire - Géographie du programme de Seconde.

Encyclopédie Larousse.

Dictionnaire thématique Histoire – Géographie Editions Sirey.



Portrait de Nicolas Copernic



Le système solaire selon Nicolas Copernic