

Rallye 1997
Épreuve Officielle
Solutions

Exercice n°1 : (5 points)

Les Picmen

Les 27 cubes sont mangés en une minute.

Les picmen se sont "déplacés" 9 fois : en une minute, il y a 8 intervalles de temps (entre deux déplacements).

Deux coups de "gong" sont séparés par $\frac{60}{8}$ secondes

Pour détruire un cube de 125 pièces les picmen se "déplaceront" 25 fois, soit sur 24 intervalles de temps.

Il leur faudra : $24 \times \frac{60}{8} = 180$ secondes ou 3 minutes.

Exercice n° 2 : (5 points)

L'ovale

Le cercle de centre A (ou C) a pour rayon $AC = 10$ cm

Le cercle de centre B (ou D) a pour rayon $BE = CE - CB = 10 - 5\sqrt{2}$ (cm.)

Aire du secteur circulaire AFG = $\frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 = 25\pi$ cm²

Aire du secteur circulaire DGH = $\frac{1}{4} \times \pi \times (10 - 5\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{4} (100 + 50 - 100\sqrt{2}) = 37,5\pi - 25\sqrt{2}$ (cm²)

Aire de l'ovale = $2 \times$ Aire de AFG - Aire du carré ABCD + $2 \times$ Aire de DGH

$$= 2 \times 25\pi - 50 + 2 \times (37,5\pi - 25\sqrt{2}\pi)$$

$$= 125\pi - 50\sqrt{2}\pi - 50$$

$$= 120,55 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Exercice n° 3 : (5 points)

Mes quat'zamis

en 97

1er Mai	J	V	S	D	L	Ma	Me
14 Juillet	L	Ma	Me	J	V	S	D
15 Août	V	S	D	L	Ma	Me	J
25 Décembre	J	V	S	D	L	Ma	Me

Fabien est né le 14 Juillet.

Exercice n° 4 : (5 points)

Compte épargne

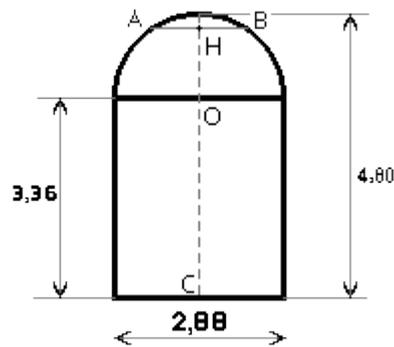
```

    4 2 9 3
  x   6 2
  -----
    8 5 8 6
  2 5 7 5 8
  -----
  2 6 6 1 6 6
  
```

E P A R G N E
2 5 7 6 8 9 2

Exercice n° 5 : (5 points)

Passera, passera pas ?



Pour que le camion passe il faut que CH mesure 4 m .

Calcul de AH lorsque CH = 4 m

$$CO = 4,8 - 1,44 = 3,36 \text{ m}$$

$$OA = 1,44 \text{ m} \quad OH = 4 - 3,36 = 0,64 \text{ m}$$

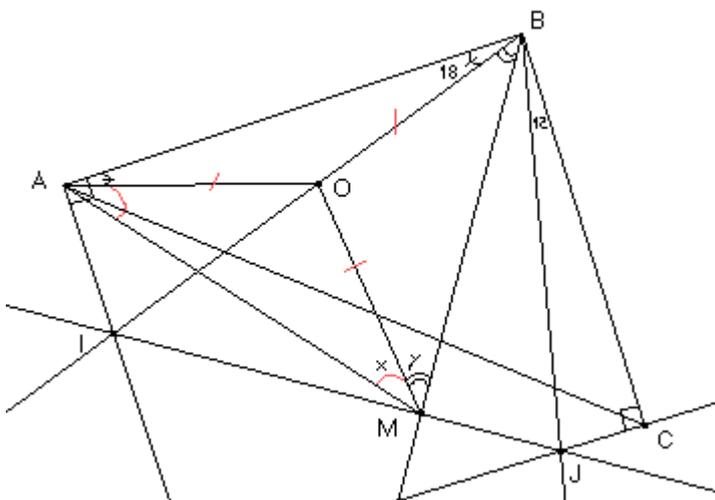
$$AH^2 = 1,44^2 - 0,64^2 = 1,664$$

$$AH \approx 1,28996 \text{ m} \quad \text{et} \quad 2 \times AH \approx 2,5799 \text{ m}$$

d'où $2 \times AH > 2,5$ (largeur du camion) Le camion passera !

Exercice n° 6 : (8 points)

Panique sur le Belem



Il s'agit de montrer que l'angle $AMB = 72^\circ = \alpha$ et que l'angle $BMC = 78^\circ = \beta$.

1ère méthode : Les triangles IAB et BMI respectivement rectangles en A et M et de même hypoténuse sont inscrits dans le cercle de diamètre [BI] : les points A, I, M et B appartiennent au même cercle de centre O, milieu de [BI]. Les angles inscrits AMB et AIB interceptent le même arc AB, ils ont donc la même mesure.

or $AIB = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ = d'où \text{AMB} = \alpha$

De même pour BMC

2ème méthode : soit $AMO = x$ et $OMB = y$

$OAM = x$ $OBM = y$

somme des angles du triangle AMB : $18^\circ + 18^\circ + 2x + 2y = 180^\circ$

$$2x + 2y = 180 - 36$$

$$x + y = 72^\circ$$

or $AMB = x + y$ d'où $AMB = 72^\circ = \alpha$

De même pour BMC

Exercice n° 7 : (5 points)

Comme la lune

En 1997, $a = 2$, $b = 1$, $c = 2$, $d = 2$, $e = 6$

La date de Pâques est le $22 + 2 + 6 = 30$ Mars et l'Ascension le 8 Mai (40 jours plus tard).

En 2000, $a = 5$, $b = 0$, $c = 5$, $d = 29$, $e = 3$

La date de Pâques sera le $29 + 3 - 9 = 23$ Avril et l'Ascension le 1er Juin.

Exercice n° 8 : (12 points)

QCM

1 E ; 2 C ; 3 D ; 4 C ; 5 B ; 6 C ; 7 D ; 8 C.

Exercice n° 9 : (8 points)

On ne peut pas savoir

$$\text{Zigzag } L = 20\sqrt{10} + 3 + 30 \approx 96,25 \text{ cm}$$

$$\text{Directe } L = 10\sqrt{10} + 10 \times 3 + \sqrt{109} + 30 \approx 102,06 \text{ cm}$$

$$\text{Rapide } L = 10\sqrt{10} + 9 \times 3 + 2\sqrt{34} + 30 \approx 100,28 \text{ cm}$$

$$\text{Collet Français } L = 2\sqrt{10} + 10 \times 3 + 9\sqrt{13} + 30 \approx 98,77 \text{ cm}$$

$$\text{Semi-directe } L = 8\sqrt{10} + 10 \times 3 + \sqrt{13} + 2\sqrt{34} + 30 \approx 100,57 \text{ cm}$$

$$\text{Créneau } L = 10 \times 3 + 10 + \sqrt{109} + 30 \approx 80,44 \text{ cm}$$

Maud peut utiliser le zigzag, le collet français et le créneau.

Exercice n° 10 : (5 points)

Maxi Patron

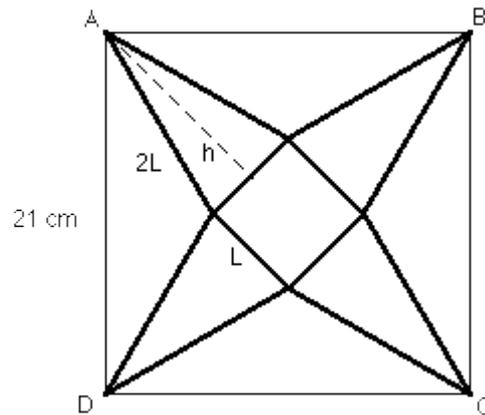
Pour des raisons de symétrie le patron s'inscrit dans un carré. Le côté du plus grand carré contenu dans une feuille A4 mesure 21 cm.

$$AC = BD = 21\sqrt{2}$$

h est la hauteur du triangle isocèle.

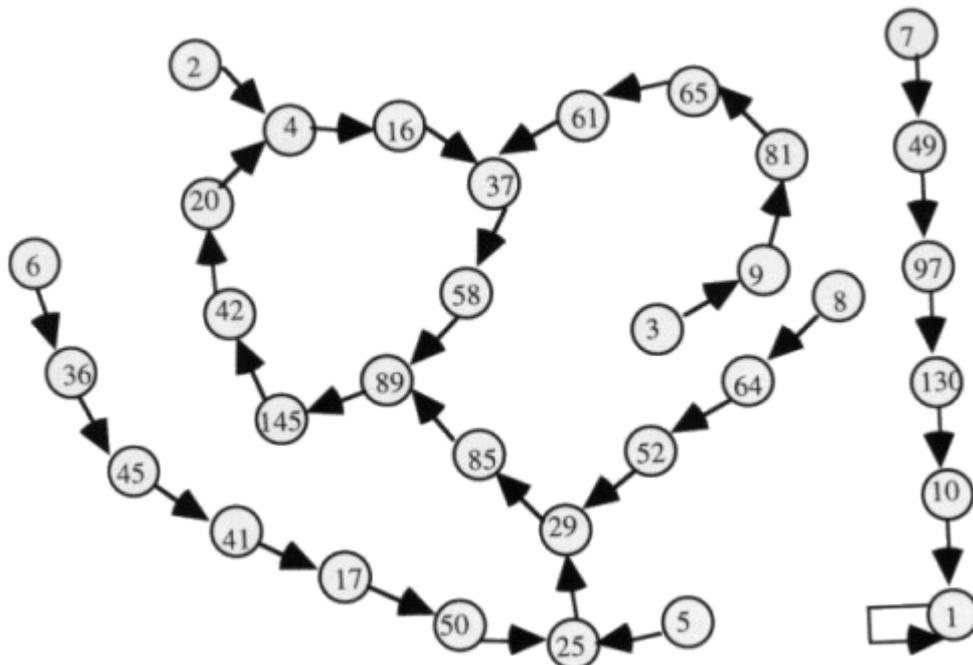
$$AC = 2 \times h + L = 2 \frac{\sqrt{15}}{2} \times L + L = (\sqrt{15} + 1)L$$

$$L = \frac{21\sqrt{2}}{\sqrt{15} + 1} \approx 6,1 \text{ cm}$$



Exercice n° 11 : (5 points)

L'algorithme tentaculaire



Partie Spéciale Seconde

Exercice n° 12 : (12 points)

Casse tête chinois

$$1) S = \frac{\frac{157}{2} \times \frac{124}{9} + \left(\frac{124}{9}\right)^2}{2} = \frac{51491}{81} \approx 635,69 \text{ cm}^2$$

$$2) \frac{b^2}{4} + (R - h)^2 = R^2$$

$$2Rh = \frac{b^2}{4} + h^2$$

$$R = \frac{b^2 + 4h^2}{8h} \approx 62,796398 \text{ cm} \quad \text{avec } b = \frac{157}{2} \text{ et } h = \frac{124}{9}$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{2R} \quad \text{d'où } \alpha \approx 38,6848^\circ \text{ et } 2\alpha \approx 77,3696^\circ$$

$$\text{Aire du secteur angulaire } OAB = \frac{2\alpha \pi R^2}{360} \approx 2662,48 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire du triangle } OAB = \frac{b(R - h)}{2} \approx 1923,98 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire du segment circulaire} = \text{Aire du secteur} - \text{Aire du triangle} \approx 738,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Erreur commise } \frac{102,81}{738,5} \approx 0,14 \quad \text{soit } 14\%$$

Exercice n° 13 : (8 points)

Chocolat noisettes

Soit n le nombre de noisettes

$$\text{Volume de la plaque} = 19,5 \times 9 \times 1 = 175,5 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume des noisettes} = n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 \text{ cm}^3$$

$$\text{Poids des noisettes} = n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 \times 2,25 \text{ g}$$

$$\text{Poids du chocolat} = \text{Poids de la plaque} - \text{poids des noisettes} = 200 - n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 \times 2,25 \text{ g}$$

1 cm³ de chocolat pèse 1 g

$$\text{volume du chocolat} = 200 - n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 \times 2,25$$

Volume de la plaque = volume des noisettes + volume du chocolat

$$175,5 = n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 + 200 - n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 \times 2,25$$

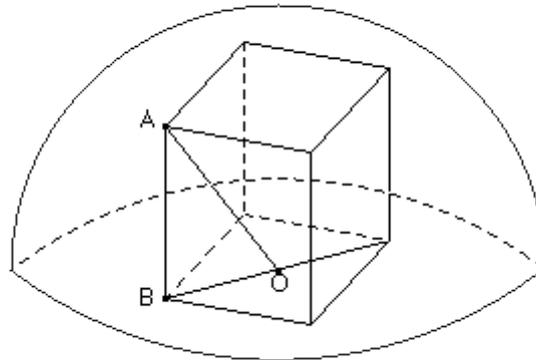
$$n = \frac{200 - 175,5}{\frac{4}{3} \times \pi \times (0,45)^3 \times 1,25}$$

$$n \approx 51,34$$

Le chocolatier utilisera 51 ou 52 noisettes.

Exercice n° 14 : (5 points)

Sous cloche



Le cube a pour côté 2 dm

Le centre O de la sphère coïncide avec le centre de la base du cube.

Le rayon de la sphère est OA. $AB = 2$ dm et $OB = \sqrt{2}$ dm.

$$OA^2 = 4 + 2 = 6$$

$$OA = \sqrt{6} \text{ dm.}$$