Rallye 1998
Épreuve Officielle
Solutions

Exercice n° 1 : (8 points)

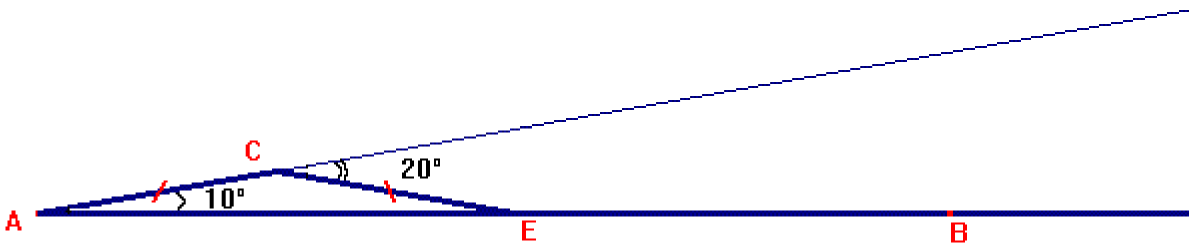
Quitte ou double

19→38→76→152→15→30→3→6→12→1→2→Fin
29→58→116→232→23→46→92→9→18→36→72→7→14→28→56→112→11→22→2→Fin
43→86→172→17→34→68→136→272→27→54→108→216→432→**43**
(on retrouve le nombre de départ)

Tous les nombres inférieurs à 100 sont "attirés" par 2 sauf 17, 27, 34, 43, 54, 67, 68, 84, 85 et 86.

Exercice n° 2 :(5 points)

On the road again



Le triangle ACE est isocèle, le pilote mettra 20 minutes après son virage de 20° pour retrouver la direction (AB).

La vitesse est constante on a donc : $\frac{2AC}{40}=\frac{2AC\cos 10°}{40-t}$ où t représente du temps perdu.

$t = 40(1-\cos 10) \approx 0{,}6$ (en min) soit environ 0,35sec

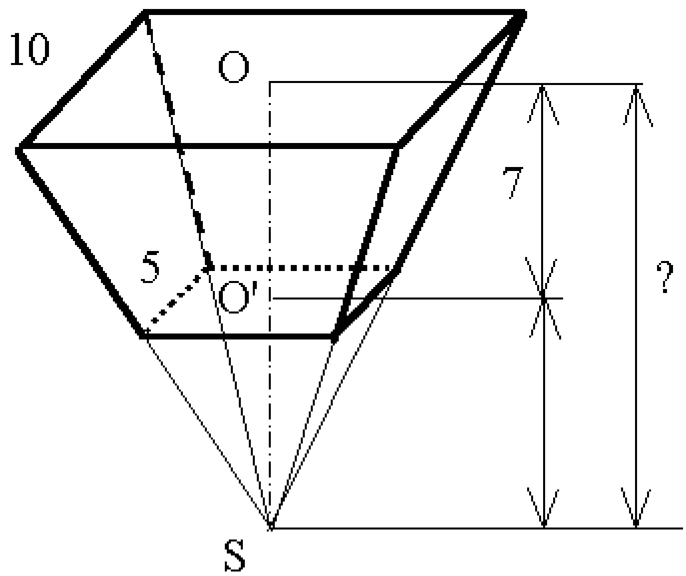
Exercice n° 3 :(5 points)

Exercice spécial troisième

D'après Bhaskara

Par la méthode de Bhaskara :

$$V = \frac{12\times 10 + 6\times 5 + [(12+6)\times(10+5)]}{6}\times 7 = 490$$



En utilisant la propriété de Thalès on a : $\frac{SO'}{SO} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ d'où $SO = 14$

V_G = le volume de la "grande" pyramide et V_P = le volume de la "petite" pyramide.

$$V_G - V_P = \frac{12\times 10\times 14 - 6\times 5\times 7}{3} = 490$$

Les deux méthodes donnent le même résultat.

Exercice n° 3 : (5points)

Exercice spécial seconde

Samoussa

$DC<AM$ et $ME<MD$ soit $7<AM$ et $7\sqrt{2}<21-AM$
donc $7<AM<21-7\sqrt{2}$ soit $7<AM<11{,}2$

Si H est le pied de la hauteur issue de G dans EMG alors $GH = 7$ cm.

Aire de $EMG = \frac{EM\times GH}{2} = \frac{7\sqrt{2}\times 7}{2} = \frac{49\sqrt{2}}{2}$ (en cm^2).

Tous les samoussas ont la même aire.

Exercice n° 4 : (5 points)

1998

Le plus petit entier de 1998 chiffres dont la somme des chiffres est égale à 1998 est :

$$1\underbrace{000\ldots000}_{1775\text{ zéros}}8\underbrace{999\ldots999}_{221\text{ neufs}}$$

Exercice n° 5 : (5 points)

Juliette ou Lucienne?

Le prénom moyen est Julienne

Moyennes	9,83	20,74	12,00	9,32	5,12	13,87	14	4,6
Arrondis	10	21	12	9	5	14	14	5
Lettres	**J**	**U**	**L**	**I**	**E**	**N**	**N**	**E**

Exercice n° 6 : (5 points)

L'art d'arrondir les angles

$$KC = \frac{1}{2} + \frac{AC}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \qquad R = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 1^2} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

$$A_1 = 4 \text{ (unités d'aire)} \qquad A_2 = \pi\,\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 5{,}08 \text{ (unités d'aire)}$$

$$P_1 = 8 \text{ (unités de longueur)} \qquad P_2 = 2\pi\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \approx 7{,}992 \text{ (unités de longueur)}$$

Les compagnons construisaient ainsi un cercle ayant un périmètre égal à celui d'un carré à 0,1% près.

Exercice n° 7 : (5 points)

Tricolore

La somme des x, y et z est égale à 13.

La grille est la suivante :

Bleus	**8**	**1**	**4**
Verts	**8**	**1**	**4**
Rouges	**4**	**8**	**1**
Total	**20**	**10**	**9**

Exercice n° 8 : (5 points)

Jour J

1998 n'est pas un carré parfait, aucun entier de deux chiffres ne convient.

$\sqrt{19980} \approx 141{,}3$ 142 ne convient pas : $142^2 = 20164$

$\sqrt{199800} \approx 446{,}9$ 447 convient : $447^2 = 199809$

$\sqrt{1998000} \approx 1413{,}5$ 1414 ne convient pas $1414^2 = 1999396$

$\sqrt{19980000} \approx 4469{,}8$ 4470 convient : $4470^2 = 19980900$

et 4471 convient : $4471^2 = 19989841$

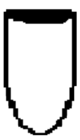
Les trois plus petits entiers dont le carré commence par 1998 ... sont : 447, 4470 et 4471.

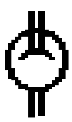
Le plus petit entier dont le carré commence par 24031998... est : 49022442.

Exercice n° 9 : (5 points)

Le secret des Élamites

1) Au revers de la tablette est écrit le nombre 9 409 soit

2) L'erreur du scribe porte sur un des symboles  celui ci doit être remplacé en 

Le symbole  vaut 18 000.

Exercice n° 10 : (5 points)

Mathagoshi

Mathagoshi émet une triple sonnerie :

- toutes les 12 heures (multiples de 2, 3 et 4),
- toutes les 20 heures (multiples de 2, 4 et 5),
- toutes les 30 heures(multiples de 2, 3 et 5) sauf pour les multiples de 2, 3, 4 et 5.

Il émet une triple sonnerie le dimanche à 2h30 ; 10h30 ; 14h30 ; 20h30, puis le lundi à 2h30 ; 6h30 ; 14h30 heure à laquelle il sera confisqué.

Mathagoshi devait s'exercer alors au calcul mental, à l'algèbre et à la géométrie.

Exercice n° 11 : (12 points)

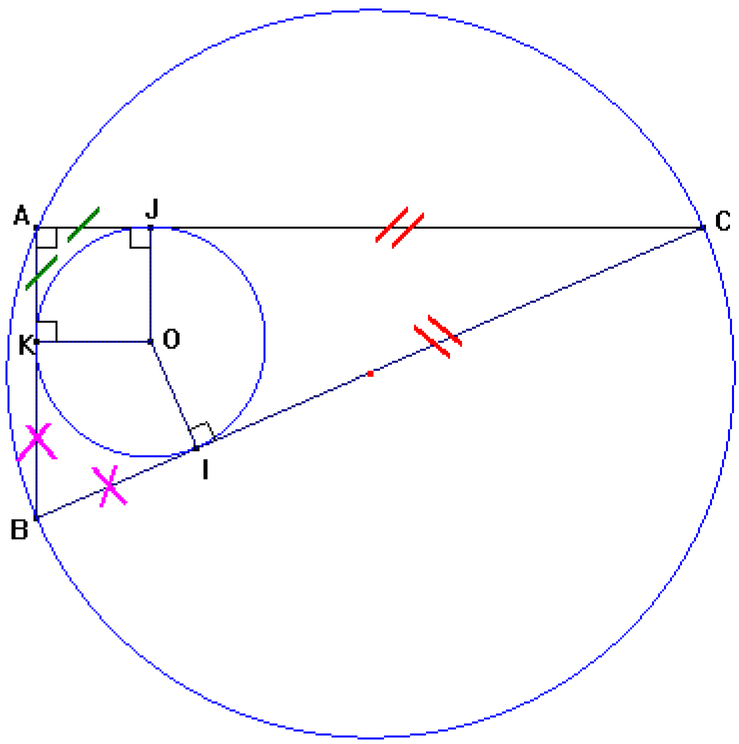
QCM

1(D) 2(D) 3(C) 4(A) 5(E) 6(C)

Exercice n° 12 : (5 points)

Exercice spécial seconde

Non droit s'abstenir



Exercice n° 13 : (8 points)

Exercice spécial seconde

Six clics

Le nombre cyclique recherché est composé des chiffres : 7, 4, 1, 8, 5 et 2.

Le nombre cyclique recherché est : **142857**.

Exercice n° 14 : (12 points)

Exercice spécial seconde

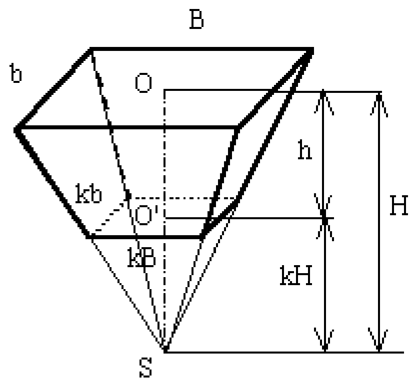
D'après Bhaskara

1)

Par la méthode de Bhaskara :

$$V = \frac{12\times10+6\times5+\left[(12+6)\times(10+5)\right]}{6}\times7 = 490$$

Par la méthode de la différence :



En utilisant la propriété de Thalès on a : $\frac{SO'}{SO} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ d'où $SO = 14$

V_G = le volume de la "grande" pyramide et V_P = le volume de la "petite" pyramide.

$$V_G - V_P = \frac{12\times10\times14 - 6\times5\times7}{3} = 490$$

2) Par la méthode de Bhaskara : $V = 740$

Par la méthode de la différence : en utilisant la propriété de Thalès, $SO' = 24$ et $SO = 32$.

$$V_G - V_P = \frac{12\times10\times32 - 7,5\times9\times24}{3} = 740$$

3) Par les deux méthodes, on trouve : $V = \frac{1}{3}bBh(1+k+k^2)$

- Par la méthode de Bhaskara : $V = \frac{1}{6}h\left(bB + k^2bB + (1+k)^2bB\right) = \frac{1}{3}bBh(1+k+k^2)$

- Par la méthode de la différence :

$$H = \frac{h}{1-k}$$

$$V_G - V_P = \frac{1}{3}\left(bBH - k^2bBH\right) = \frac{1}{3}bBh\,\frac{1-k^3}{1-k} = \frac{1}{3}bBh(1+k+k^2)$$