2004
Épreuve officielle
3e - 2e
Solutions

Exercice n° 1 : (5 points)

L'anneau de vitesse

r ' = r + 5 et R = r + 10

Le théorème de Pythagore s'applique pour calculer la diagonale d d'un rectangle de dimensions 111,98 m et 5 m :

d = $\sqrt{111{,}98^2+5^2}$

La longueur du trajet: $400 = \sqrt{111{,}98^2+5^2} + \pi r + 111{,}98 + \pi \times (r+5)$

$r = \dfrac{400-\sqrt{111{,}98^2+5^2}-111{,}98-5\pi}{2\pi}$ soit r ≈ **25,50 m, r' ≈ 30,50 m, R ≈ 35,50 m.**

Exercice n° 2 :(12 points)

Les ascendants

1° 123 456 789

2°

12	13	14	15	16	17	18	19
	23	24	25	26	27	28	29
		34	35	36	37	38	39
			45	46	47	48	49
				56	57	58	59
					67	68	69
						78	79
							89

soit 1 + 2 +…+ 8= 36

3° 84 ascendants à 3 chiffres (84 = 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1)

Le nombre d'ascendants à 3 chiffres qui commencent par 1 est 28

Le nombre d'ascendants à 3 chiffres qui commencent par 2 est 21

Le nombre d'ascendants à 3 chiffres qui commencent par 3 est 15 ... et ainsi de suite.

4° 126 ascendants à 4 chiffres (126 = 56 + 35 + 20 + 10 + 4 + 1)

Le nombre d'ascendants à 4 chiffres qui commencent par 1 est 56.. et ainsi de suite.

5° Il y a autant d'ascendants à 4 chiffres qu'à 5 chiffres:

Pour chaque ascendant à 4 chiffres, on obtient avec les 5 chiffres non utilisés un unique ascendant à 5 chiffres.

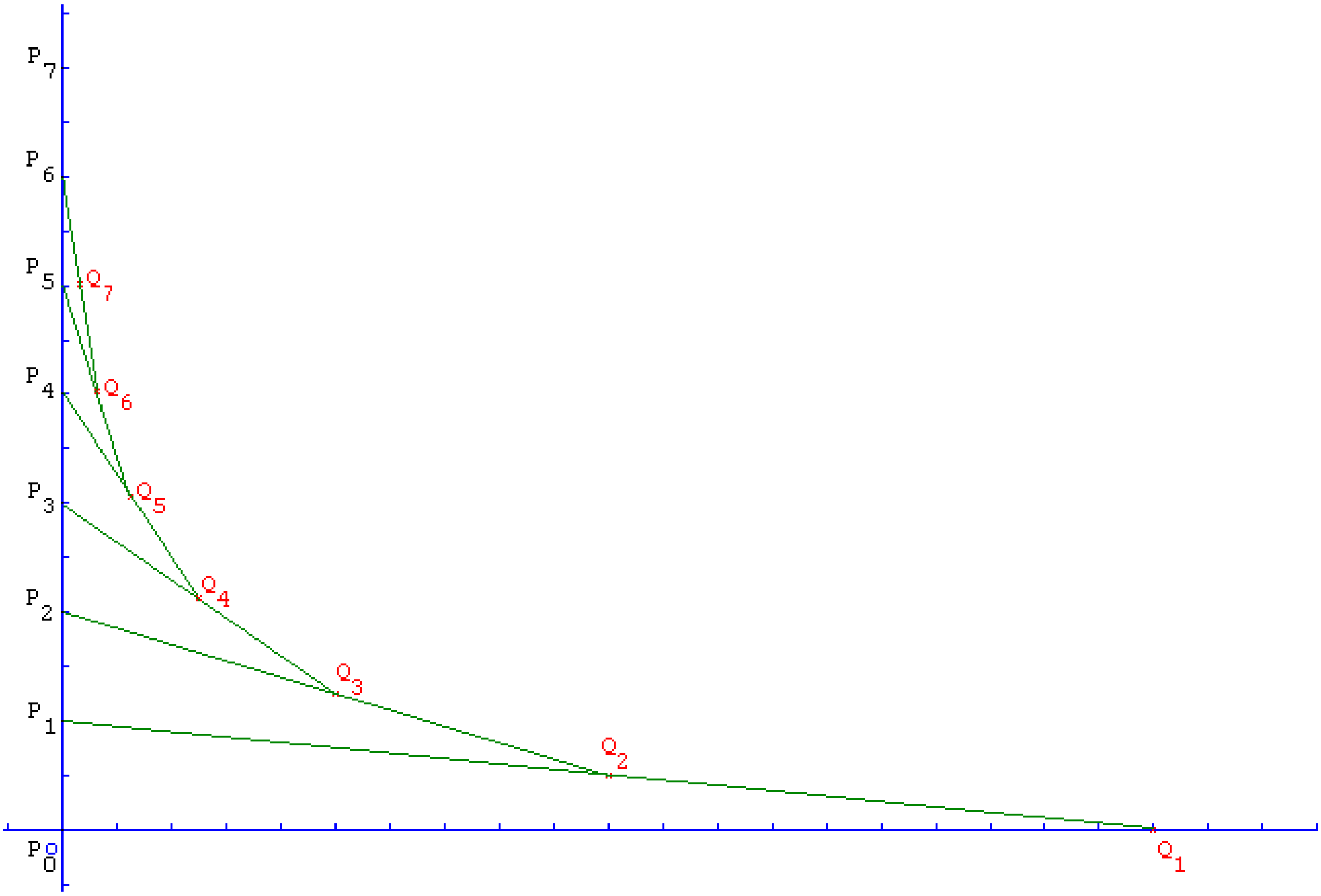
6° **511**

Nombre de chiffres	١	٢	٣	۴	۵	۶	٧	٨	٩	total
Nombre d'ascendants	٩	٣۶	٨۴	١٢۶	١٢۶	٨۴	٣۶	٩	١	۵١١

Exercice n° 3 :(5 points)

La voie de son maître

1)



2)

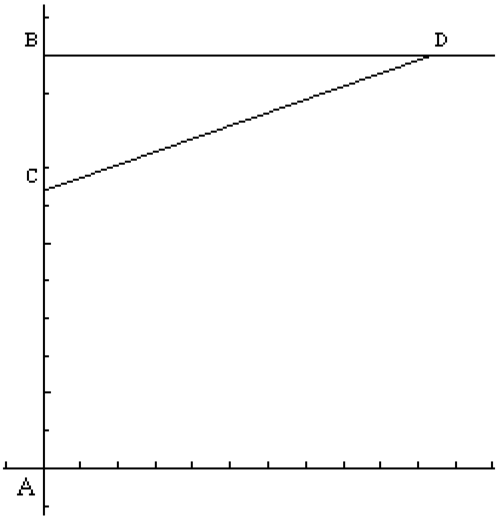
$P_0(0,0)$	$Q_0(40,0)$	$P_0\,Q_0 = 40$		
$P_1(0,2)$	$Q_1(20,0)$	$P_1\,Q_1 =$	$\sqrt{(20-0)^2+(0-2)2}$	# 20,10
$P_2(0,4)$	$Q_2(10,1)$	$P_2\,Q_2$ # 10,4		
$P_3(0,6)$	$Q_3(5,5/2)$	$P_3\,Q_3$ # 6,10		
$P_4(0,8)$	$Q_4(5/2,17/4)$	$P_4\,Q_4$ # 4,51		
$P_5(0,10)$	$Q_5(5/4,49/8$	$P_5\,Q_5$ # 4,07		
$P_6(0,12)$	$Q_6(5/8,129/16)$	$P_6\,Q_6$ # 3,99		
$P_7(0,14)$	$Q_7(5/16,321/32$	$P_7\,Q_7$ # 3,98		

$P_8(0,16)$	$Q_8(5/32,769/64)$	$P_8\,Q_8$ # 3,99		

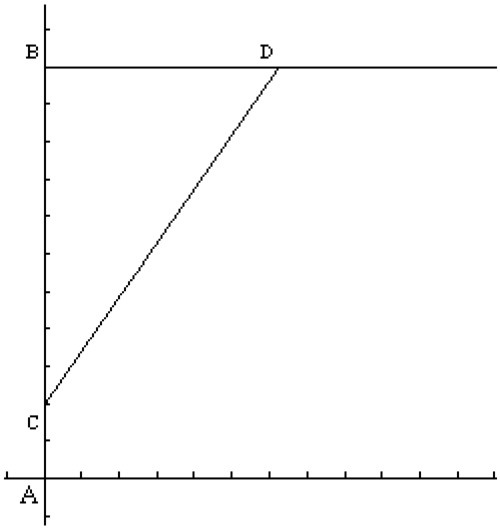
3. Rejoindra-t-il son maître ? La distance semble se stabiliser autour de 4 cm. Le chien ne rattrapera pas son maître.

Exercice n° 4 :(5 points)

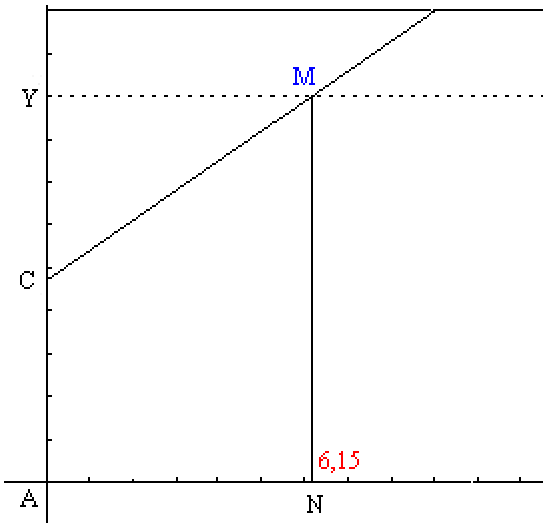
Attention à la tête



Ballon de 40 cm



Voiture de hauteur 1,50 m



Lecture graphique : 6,15 x 20 soit ~ 1,23 mètre

Exercice n° 5 :(5 points)

Promo de printemps

Soient a, b et c les prix des articles : a étant celui de l'article acheté le premier jour, b le deuxième jour et c le troisième jour.

Le prix à payer est :

$a + (b – 0{,}3\ a) + (c – 0{,}3\ (b – 0{,}3\ a)\ ) = 0{,}79\ a + 0{,}7\ b + c = 0{,}7\ b + 0{,}79\ a + 1\ c$

Pour obtenir la dépense minimale il faut prendre $b > a > c$ car $0{,}7 < 0{,}79 < 1$

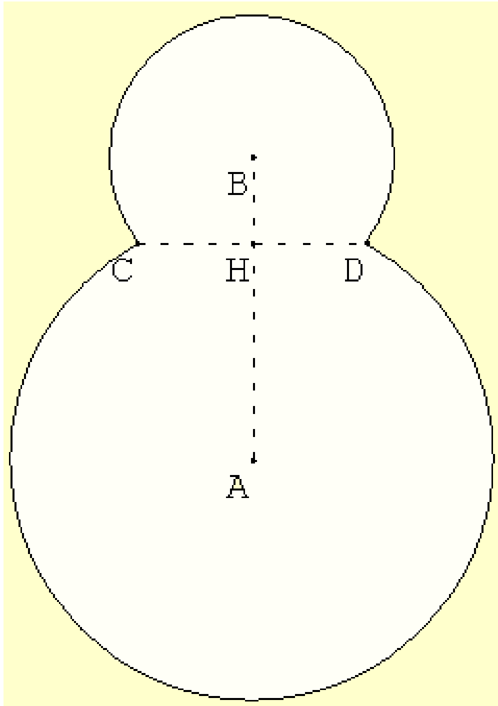
achat du jour 1 : article à 50 € achat du jour 2 : article à 90 € achat du jour 3 : article à 20 €

Dépense totale : 122,50 €

Exercice n° 6 : (8 points)

Parfum de femme

Le théorème de Pythagore appliqué à AHC rectangle en H permet le calcul de AH.



$AH = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$ mm

Soit R le rayon inconnu du bouchon. Puisque la hauteur totale est 96 mm,

R + BH = 96 mm – 34 mm – 30 mm = 32 mm

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle BHC rectangle en H permet d'obtenir :

$R^2 = 16^2 + BH^2$

Or BH = 32 – R donc $R^2 = 16^2 + (32–R)^2$ d'où R = 20 mm

Exercice n° 7 : (8 points)

On a toujours besoin de deux verres doseurs chez soi !

Soit $V_1(x)$ le volume du contenu du verre cylindrique pour une hauteur de x cm.
Soit $V_2(x)$ le volume du contenu du verre conique pour une hauteur de x cm. Soit r le rayon correspondant.

$V_1(x) = 16\ p\ x$ $\quad$ $V_2(x) = (1/3)\ p\ r^2\ x$

d'après la propriété de Thalès, $\frac{r}{7} = \frac{x}{20}\ ; r = \frac{7x}{20}$ donc $V_2(x) = 49\Pi \frac{x^3}{1200}$

1° $V_1(20) \sim 1005\ cm^3$ soit 10,05 dL

$V_2(20) \sim 1026\ cm^3$ soit 10,26 dL

Les volumes des deux verres sont égaux au décilitre près.

2) a. $V_1(9,2) \sim 99,89$ cm^3 soit 1 dL

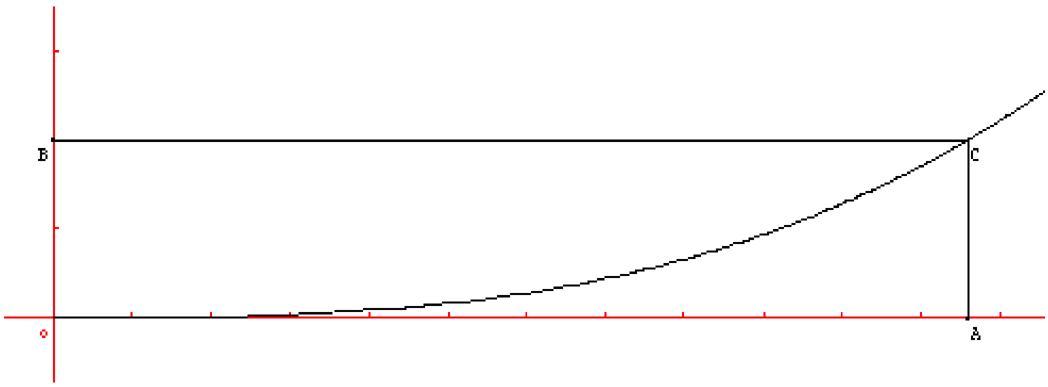
b. $V_1(x) = 200$ puis, à la calculatrice à l'aide du tableur, $x \sim 11,6$ cm.

3) a. $V_1(2) \sim 100,53$ cm^3 $V_2(2) \sim 1,026$ cm^3 d'où $V_1/ V_2 \sim 100$

b. $V_1(x)=2V_2(x)$ <=> $16\Pi x=\dfrac{49\Pi x^3}{600}$ <=> $x^2=\dfrac{16\times600}{49}$ donc $x=\dfrac{40}{7}\sqrt{6}$

4)Le verre conique permet de mesurer avec plus de précision que le verre cylindrique les "petits volumes".

Volume en décilitre



Hauteur en cm

5)

Exercice n° 8 :(5 points)

Jeu de nombres

a) La médiane est fixée à 2004, la plus petite moyenne s'obtient pour:

1 aux 1001 premières valeurs de la série ordonnée et 2004 aux 1002 valeurs suivantes.

$$\bar{x}=\frac{2004\times1002+1001}{2003}=1003$$

b) La moyenne est fixée à 2004

La moyenne est 2004 donc la somme des 2003 valeurs de la série est 2003 x 2004.

La médiane est la 1002^{e} valeur (a_{1002}) de la série ordonnée : 1 . … 1 a_{1002} ……. a_{2003}

d'où $a_{1002} + \ldots\ldots + a_{2003} = 2003 \times 2004 - 1001\times1 = 4\,013\,011$

Or, 4 013 011 /1002 ≈ 4005,001

On prend $a_{1002} =\ldots= a_{2002} = 4005$ et $a_{2003} = 4006$ pour que la médiane soit maximale.

La série est donc: 1 1 1 1 1 1 . . . 1 **4005** 4005 4005 ..... 4005 4006.