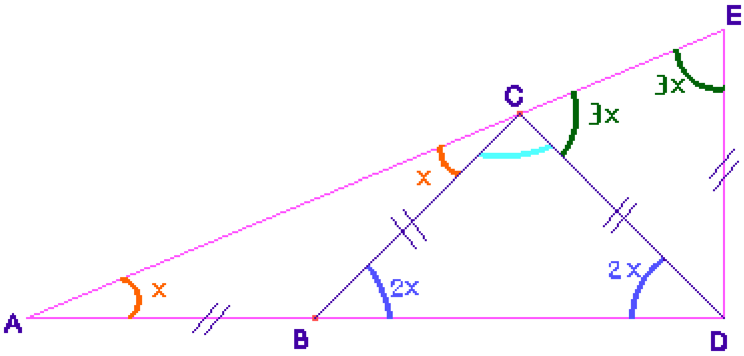
Rallye 1997
Épreuve de préparation
Solutions

Exercice n° 1 : (5 points)

Meccano



Si BAC = x alors ACB = x (triangle ABC isocèle)

CBD = BDC = 2x (triangle BCD isocèle)

BCD = 180° - 4x

DCE = DEC = 180° - (180° - 4x + x) = 3x

Or ADE est un triangle rectangle, on a donc

DAC + DEC = 90° d'où 4x = 90° et x = 22,5°

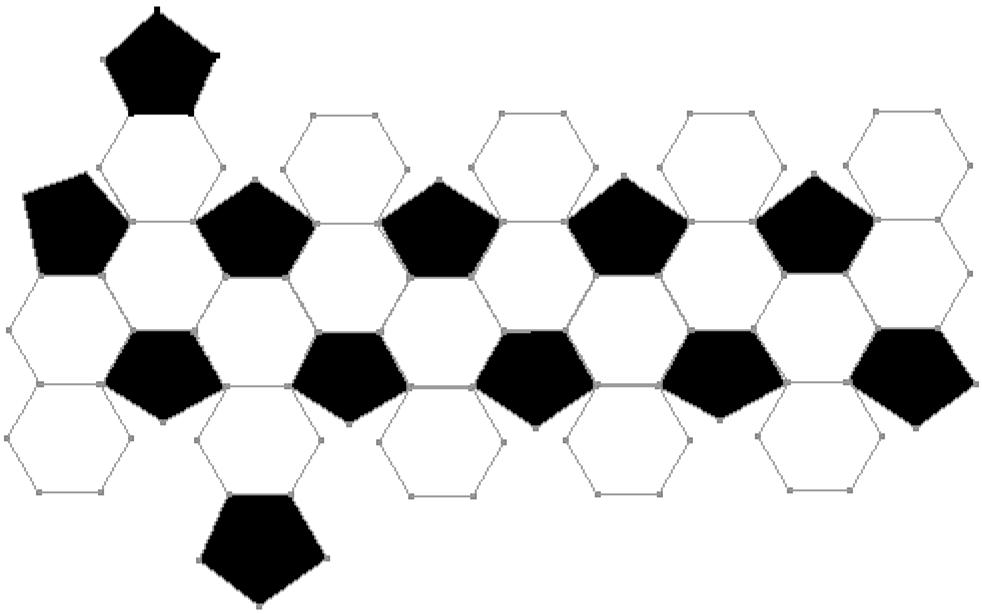
Exercice n° 2 : (5 points)

Balle au centre

Il y a 12 pentagones et 20 hexagones.

Chaque arête est commune à 2 polygones. $\frac{5\times12+6\,time\,20}{2}=90$

Le nombre d'arêtes est : 90



Exercice n° 3 : (5 points)

Air Liquide

Un cylindre de hauteur 25 cm contiendrait 1 litre du liquide.

A une hauteur de 14 cm correspond donc un volume V tel que V = 560 cm^3.

$$V=\frac{100\times 14}{25}=560$$

Exercice n° 4 : (8 points)

Avoir le Ticket

En 4 périodes de 30 secondes, on perd une personne dans la file d'attente (4 x 30 = 3 x 40), on a alors 4 billets distribués et trois personnes nouvelles arrivées. Cinq personnes attendent à 10 h.

Au bout de 4 séquences de 4 x 30 s, on a perdu quatre personnes : une seule attend au guichet. L'employé délivrera un billet au bout de 30 s, avant que n'arrive une personne supplémentaire.

Nombre de billets distribués : 16 + 1 = 17 .

Durée 4 x 4 x 30 + 30 = 510 s = 8 min 30 s. Heure : 10h 8 min 30s.

Si vingt personnes attendent à 10 h, au bout de 19 séquences de 4 x 30 s, il restera une seule personne au guichet, à qui l'employé délivrera un billet au bout de 30 s.

Nombre de billets distribués : 19 x 4 + 1 = 77

Durée : 19 x 4 x 30 + 30 = 2310 s = 38 min 30 s. Heure : 10 h 38 min 30 s.

Exercice n° 5 : (5 points)

Puissance 3

$1 = 1^3$

$3 + 5 = 8 = 2^3$

$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$

$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$

$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$

$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3$

$43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55 = 343 = 7^3$

$57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71 = 512 = 8^3$

Exercice n° 6 : (5 points)

L'exo de l'année

$n + 29 = p^2$

$n - 60 = q^2$ n, p et q sont des entiers naturels avec n ·60 et p>q.

$p^2 - q^2 = 89$

$(p + q)(p - q) = 89$ où $p - q < p + q$ et 89 premier

$p+q = 89$

$p - q = 1$ d'où $p = 45$ et $q = 44$

$n = p^2 - 29 = 2025 - 29 =$ **1996**

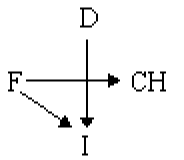
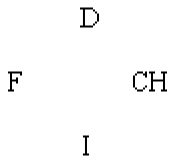
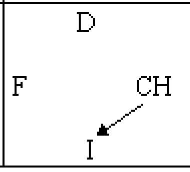
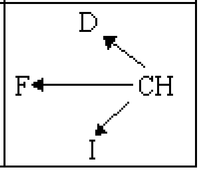
Exercice n° 7 : (5 points)

QCM

1(B) 2 (D) 3 (C) 4 (E) 5 (C) 6 (E) 7 (C) 8 (D)

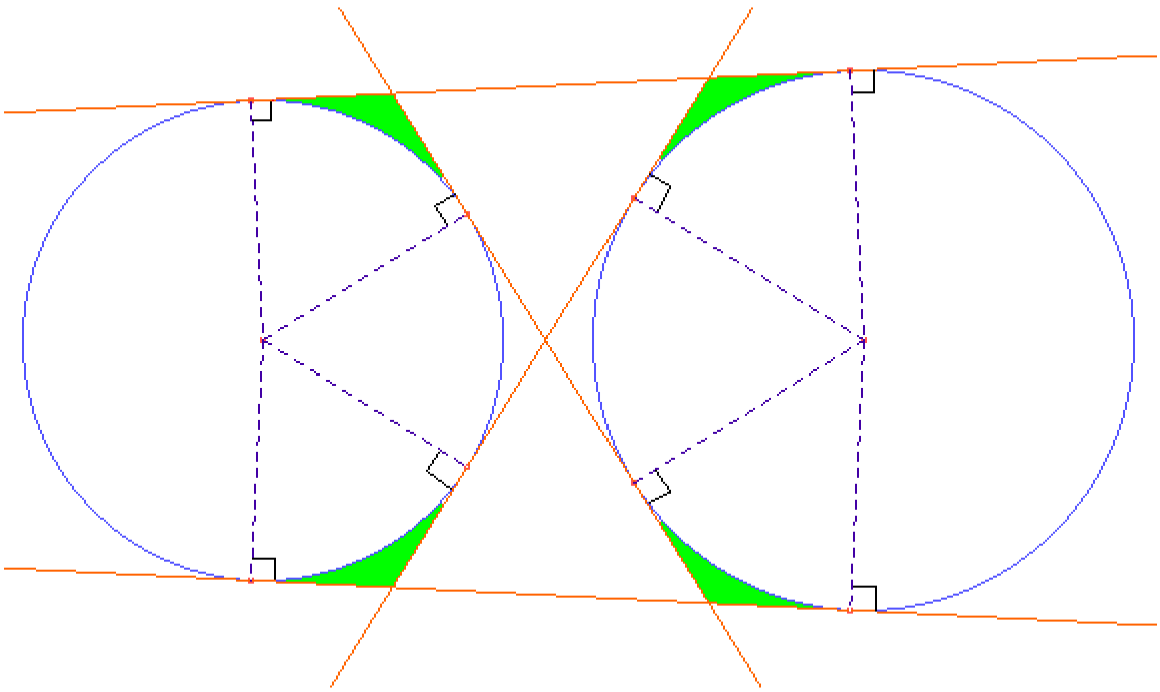
Exercice n° 8 : (8 points)

L' Europe électrique

Tranches horaires Pays	0-8 20-24	8-14	14-18	18-20
Coût **France F** Vente	0,7 0,84	1,3 1,56	1,2 1,44	1,5 1,8
Coût **Allemagne D** Vente	0,7 0,84	1,3 1,56	1,3 1,56	1,6 1,92
Coût **Italie I** Vente	1 1,2	1,4 1,68	1,4 1,68	1,7 2,04
Coût **Suisse Ch** Vente	0,9 1,08	1,3 1,56	1,1 1,32	1,2 1,44
Graphiques				

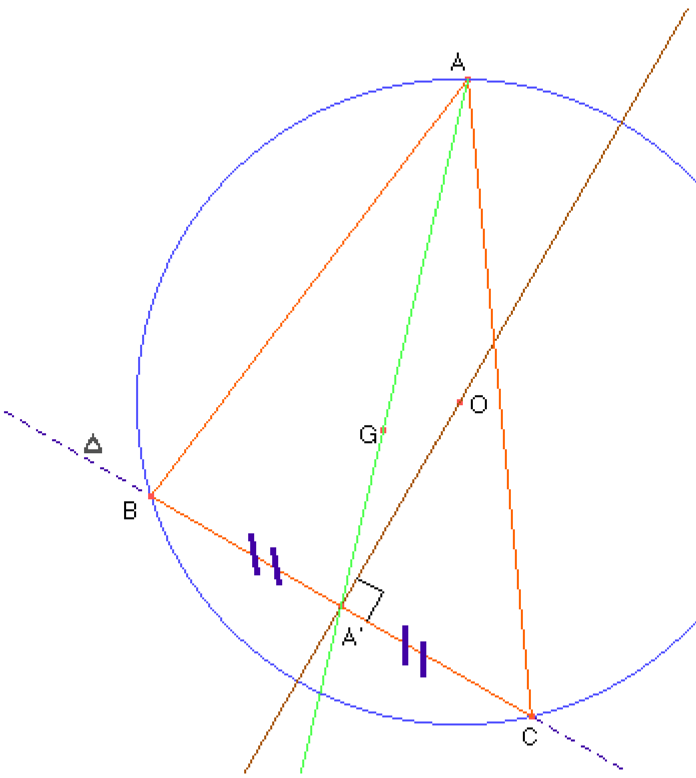
Exercice n° 9 : (5 points)

Exo tangent



Exercice n° 10 : (5 points)

Reconstruction



G étant le centre de gravité du triangle ABC, si on appelle A' le milieu de [BC], G est situé "aux 2/3" sur le segment [AA'] ; on peut donc placer A' sur la demi-droite d'origine A contenant G, tel que AA' = (3/2)AG.

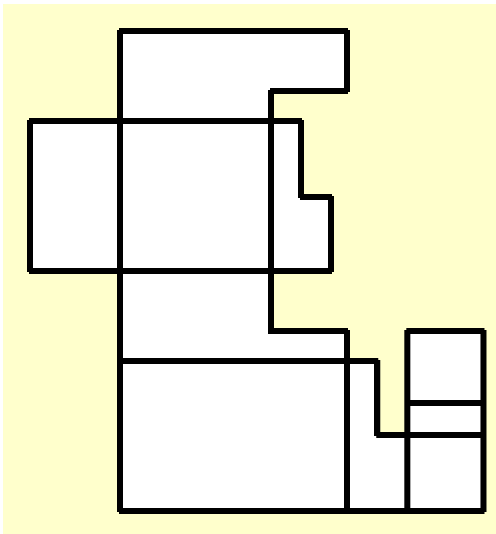
O étant le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, la droite (OA') est la médiatrice de [BC]. Les points B et C appartiennent donc à la droite "delta" perpendiculaire en A' à (OA').

De plus OA = OB = OC ; les points B et C sont donc les points d'intersection de "delta" et du cercle de centre O passant par A.

Partie Spéciale Troisième

Exercice n° 11 : (5 points)

Podium



Partie Spéciale Seconde

Exercice n° 11 : (5 points)

Ça tourne

Les vitesses sont dans le rapport $\frac{5}{4}$; les rayons sont donc dans le même rapport.

$r_A = (5/4)\, r_B$ et $r_A + r_B = 4{,}5$; après résolution du système, on obtient $r_A = 2{,}5$ cm et $r_B = 2$ cm.

Exercice n° 12 : (12 points)

Histoires d'inverses

x, y et z entiers tels que $x \leqslant y \leqslant z$. on a . $\frac{3}{z} \leq \frac{5}{n} \leq \frac{3}{x}$

Comme $n \geqslant 5$ $\frac{5}{n} \leq 1$ donc $x > 1$ et $y > 1$ et $z > 1$ d'où $x \geqslant 2$, $y \geqslant 2$ et $z \geqslant 2$.

Si $\mathbf{n = 5}$ alors $\frac{5}{n} = 1$ $\quad 1 \leq \frac{3}{x}$ donne $2 \leqslant x \leqslant 3$

$\mathbf{x = 2}$

$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ $\quad \frac{1}{2} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ donc $y > 2$ et $z > 2$

$\frac{2}{z} \leq \frac{1}{2} \leq \frac{2}{y}$ donc $3 \leq y \leq 4$

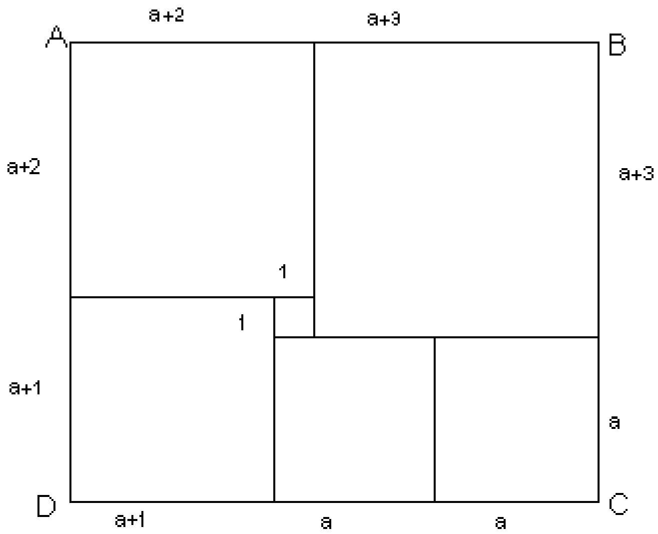
si $y = 3$ $\quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{z}$ d'où $z = 6$ <u>solutions: 2, 3 et 6.</u>

si $y = 4$ $\quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{z}$ d'où $z = 4$ <u>solutions: 2, 4 et 4.</u>

n	x	y	z
3	1	2	6
	1	3	3
4	1	5	20
	1	6	12
	1	8	8
	2	2	4
5	2	3	6
	2	4	4
	3	3	3
7	2	5	70
	2	6	21
	2	7	14
	3	3	21
11	3	9	99
	3	11	33
	4	5	220
18	4	37	1332
	4	38	684
	4	39	470
	4	40	360
18	4	42	252
	4	44	198
	4	45	180
	4	48	144
	4	52	117
	4	54	108
	4	60	90
	4	63	84
	4	72	72
	5	13	1170
	5	15	90
	5	20	36
	6	10	90
	6	12	36
	6	18	18
	7	9	42
	8	8	36
	8	9	24
	8	9	18
	9	10	15
	9	12	12

Exercice n° 13 : (8points)

Coincé ! Le cube



La condition AB = CD donne : a + 2 + a + 3 = a + 1 + a + a

soit a = 4

La condition AD = BC est vérifiée quel que soit a.

Volume du plus grand des cubes $(a+3)^3 = 7^3 = 343$ (en cm^3)

Exercice n° 14 : (5points)

Nid de reptiles

Le triangle ABC contient 3 moitiés de l'individu dont on cherche l'aire.

$$\text{Aire de ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{9}{4}\sqrt{3} \quad (cm^2)$$

$$\text{Aire d'un individu} = \frac{2}{3} \text{ de Aire de ABC} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4}\sqrt{3} = \frac{3}{2}\sqrt{3} \quad (cm^2)$$