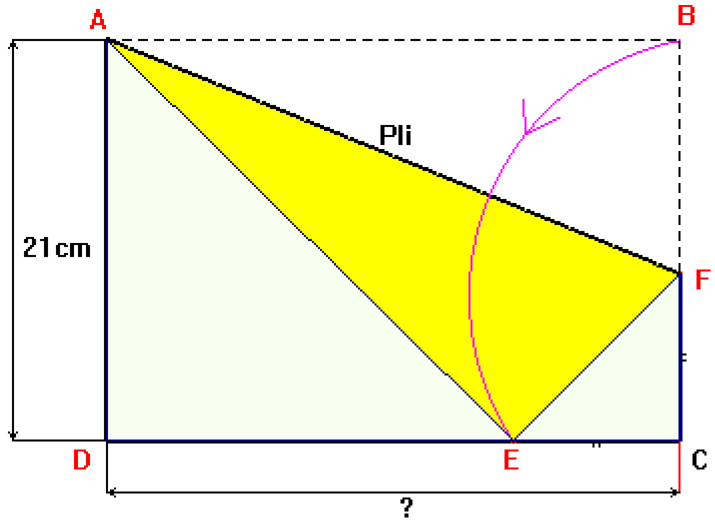
1999

Rallye

Épreuve Préparatoire
Solutions

Exercice n° 1 :(5 points)

Monopli



Posons $x = EC = FC$. $DE = 21$ car ADE est un triangle isocèle ($\hat{E} = 45°$). $BF = FE = x\sqrt{2}$ car ECF est un triangle rectangle en C et isocèle.

$BC = BF + FC = x\sqrt{2} + x$ d'où $x = \dfrac{21}{1+\sqrt{2}}$.

Conclusion : $DC = DE + EC = 21 + \dfrac{21}{1+\sqrt{2}} = 21\sqrt{2} \approx 29{,}7$ cm

Exercice n° 2 : (8 points)

Aimez-vous les vendredis 13 ?

Afin d'éviter les années bissextiles, faire l'étude à partir de Mars.

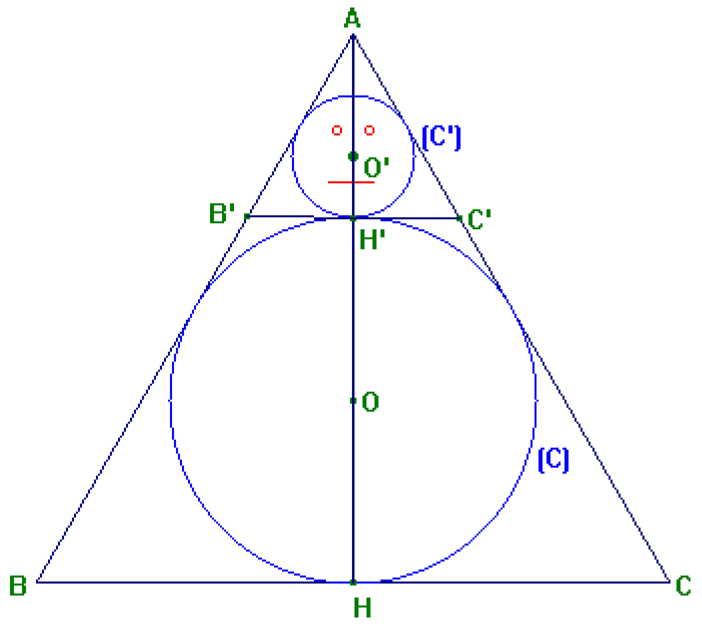
Chaque ligne du tableau suivant correspond au choix du jour pour le 13 mars.

Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	Septembre	Octobre
D 13	Mer 13	**V 13**					
L 13	J 13	S 13	Ma13	J 13	D 13	Mer 13	V 13
Mar 13	**V 13**						
Mer 13	S 13	L 13	J 13	S 13	M 13	V13	
J 13	D 13	Mar 13	**V 13**				
V 13							
S 13	Mar 13	J 13	D 13	Mar 13	**V 13**		

L'étude de ces huit mois de l'année prouve que toute année possède au moins un vendredi 13.

Exercice n° 3 : (5points)

Le bonhomme de neige



(C) est le cercle inscrit dans le triangle ABC ; H’ est le point de tangence des deux cercles ;
(B’C’) est la parallèle à (BC) passant par H’.

ABC étant un triangle équilatéral, le centre O de (C) est centre de gravité du triangle ABC
d’où OH = 1/3 AH = 0,6 m.

De même dans le triangle AB’C’, O’ étant le centre de (C '), on a :

O’H’ = 1/3 AH’ = 1/3 (1/3 AH) = 0,2 m

Exercice n° 4 : (5 points)

Sans balle et sans filet

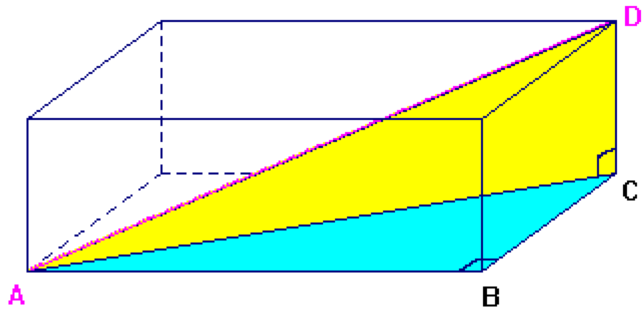
01/01/32	01/01/16	01/08/08	01/04/08	01/02/08	finaliste	Gagnant	
900	1800	3600	7200	14400	28800	57600	Total
900 ´ 32	1800´ 16	3600´ 8	7200´ 4	14400´ 2	28800	57600	**230400**

01/01/64	01/01/32	01/01/16	01/08/08	01/04/08	01/02/08	finaliste	Gagnant	
x	2x	4x	8x	16x	32x	64x	128x	Total
64 x	64 x	64 x	64 x	64 x	64 x	64 x	128 x	576 x

576 x = 230400 d’où x = 400 donc un joueur éliminé au premier tour recevra 400 F.

Exercice n° 5 : (8points)

Des carrés en somme



$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 = 6^2 + 3^2 + 2^2 = 49 \text{ donc } AD = 7.$$

22 réponses possibles :

(1, 2 , 2 , 3) (1 , 4 , 8 , 9) (1 , 6 , 18 , 19) (1 , 12 , 12 , 17) (2 , 3 , 6 , 7) (2 , 4 , 4 , 6)

(2 , 5 , 14 , 15) (2 , 6 , 9 , 11) (2 , 8 , 16 , 18) (2 , 10 , 11 , 15) (3 , 4 , 12 , 15) (3 , 6 , 6 , 9)

(4 , 4 , 7 , 9) (4 , 6 , 12 , 14) (4 , 8 , 8 , 12) (5 , 10 , 10 , 15) (6 , 6 , 7 , 11) (6 , 6 , 17 , 19)

(6 , 10 , 15 , 19) (6 ,12 , 12 , 18) (8 , 8 , 14 , 18) (8 , 9 , 12 , 17)

Exercice n° 6 :(8 points)

Le code coffre

D'après l'énoncé, le cinquième chiffre à partir de la gauche est 5 puisque zéro est exclu ; le sixième ne peut donc être que 4 car parmi les nombres de deux chiffres commençant par 5, seul 54 est un multiple de 6.

Pour le septième chiffre, on a le choix entre 2 et 9 mais si on retient 2, alors, pour le huitième chiffre, on doit obligatoirement retenir 4 ce qui est impossible puisque 4 est déjà utilisé. Le septième chiffre est donc 9.

Le huitième chiffre ne peut être que 6, le neuvième est 3.

Pour le deuxième chiffre à partir de la gauche, on a le choix entre 2 et 8 car 4 et 6 sont déjà utilisés ;

Si le deuxième chiffre est 2, pour le troisième, on a le choix entre 1 et 7, mais dans les deux cas le quatrième serait 2 ou 6, ce qui est impossible ; le deuxième chiffre est donc 8.

Pour le troisième, on a le choix entre 1 et 7 et dans les deux cas, le quatrième chiffre est 2.

Il reste à compléter la première place par 7 ou 1.

Les deux codes possibles sont : **187254963 et 781254963**.

Exercice n° 7 :(5points)

Spécial seconde

Drôle de nombre

$$(33 \ldots 3)^2 + 22 \ldots 2 \quad = 3^2 (11 \ldots 1)^2 + 2 (11 \ldots 1)$$

$$= (11 \ldots 1) [9 (11 \ldots 1) + 2]$$

$$= (11 \ldots 1) [(99 \ldots 9 + 2]$$

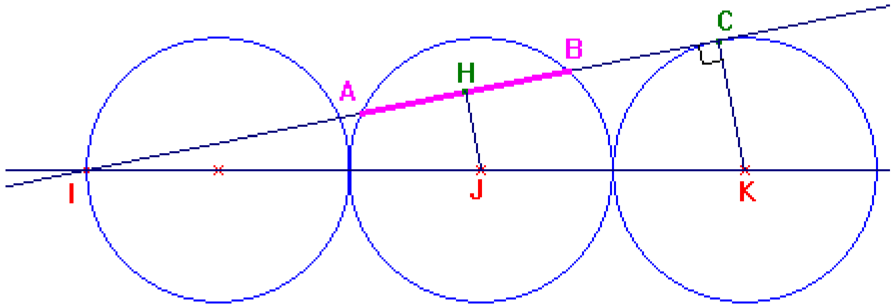
$$= (11 \ldots 1) [100 \ldots 0 + 1]$$

$$= 11 \ldots 100 \ldots 0 + 11 \ldots 1$$

$$= 11 \ldots 111 \ldots 1$$

Exercice n° 8 : (5 points)

Les trois cercles
Spécial seconde



Soit H le projeté orthogonal de J sur (AB). Le triangle AJB étant isocèle, H est le milieu de [AB].
(JH) et (KC) sont parallèles, le théorème de Thalès permet d'obtenir JH

$$\frac{IJ}{IK} = \frac{JH}{KC} \text{ d'où } JH = 3 \text{ cm}.$$

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle AJH permet d'obtenir AH : AH = 4 cm d'où AB = 8 cm.