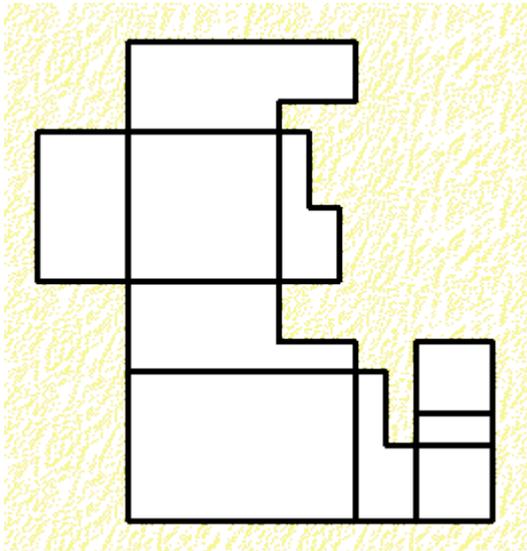


**ÉLÉMENTS DE CORRECTION DE L'ÉPREUVE PRÉPARATOIRE
DU RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE 2007**

Exercice n° 1

PODIUM

5 points



Exercice n° 2

UN PLI PAR LA BANDE

8 points

Le triangle ADE , rectangle en D, est demi équilatéral : l'angle en E mesure en effet 30°.

Ainsi, $AD = \frac{1}{2} AE$; et comme les longueurs AE et AB sont égales (à L), on obtient

que $AD = \frac{1}{2} L$.

De là, $d = \lambda \cdot \frac{1}{2} L$ soit $d = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \lambda$

Exercice n° 3

ÉTOILE L'HYTHAGORE

5 points

a) $24^2 + 143^2 = 145^2$

b) $24^2 + 70^2 = 74^2$

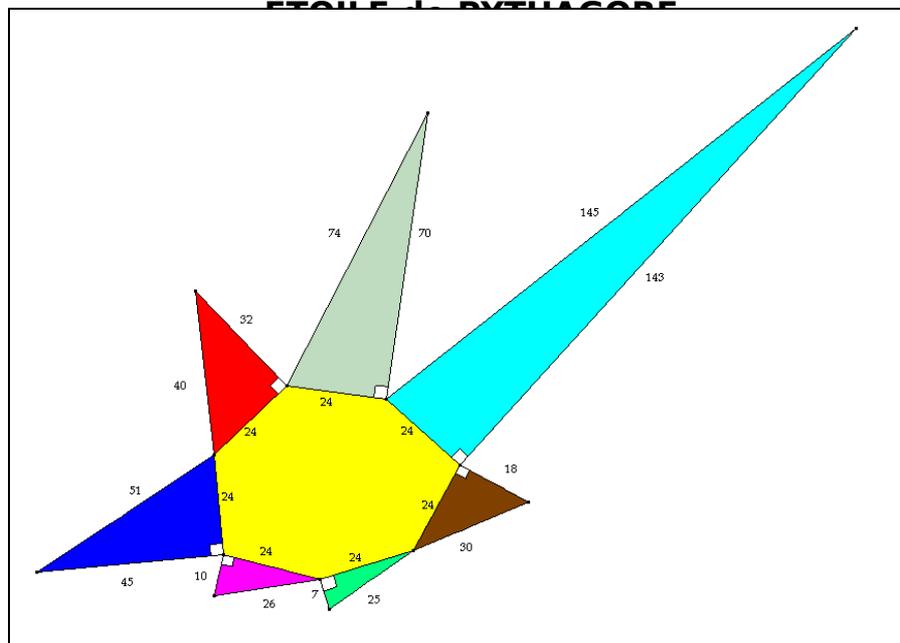
c) $24^2 + 7^2 = 25^2$

$24^2 + 10^2 = 26^2$

$24^2 + 18^2 = 30^2$

$24^2 + 32^2 = 40^2$

$24^2 + 45^2 = 51^2$



Exercice n° 4

CHIFFRES INTERDITS

8 points

Sommes successives : 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231.

Si l'on continue, on voit réapparaître pour les vingt suivants la même succession de chiffres des unités que celle observée sur les vingt premiers. On pourrait énoncer que : « si une certaine somme S a son chiffre des unités qui se termine par k alors la nouvelle somme obtenue à partir de S en ajoutant les vingt entiers successifs qui suivent le dernier nombre de S se termine également par k »

Démontrons le

On peut écrire $S' = S + [(p+1) + \dots + (p+20)]$ c'est-à-dire que $S' = S + 20p + 120$. Or $20p$ se terminera par 0. D'où il résulte que k qui terminait S n'est pas perturbé et termine donc S' .

En divisant 2007 par 20, le reste est 7, donc la 2007^{ème} somme se termine par 8.

On observe que les vingt premières sommes ne peuvent pas se terminer par 2, 4, 7, 9. D'après le résultat précédent il en sera de même pour n'importe quelle autre somme.

Exercice n° 5

JULIETTE OU LUCIENNE ?

8 points

Moyennes	9,83	20,74	12,00	9,32	5,12	13,87	14	4,6
Arrondis	10	21	12	9	5	14	14	5
Lettres	J	U	L	I	E	N	N	E

Le prénom moyen est JULIENNE.

Exercice n° 6

CODE PIRATÉ

5 points

- a) Il y a $9 \times 8 = 72$ codes possibles.
- b) Il y a 57 nouveaux codes possibles.

Exercice n° 7
BANDES

QUATRE

5 points

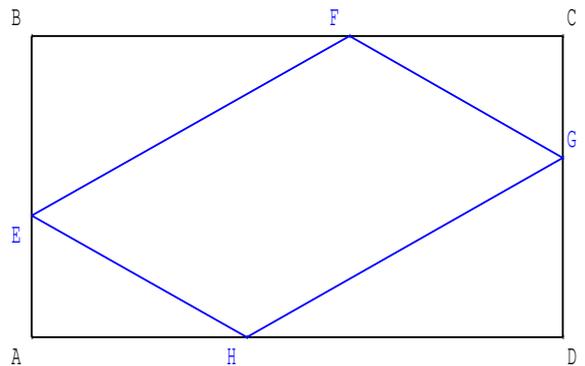
Si la bille revient à son point de départ, la trajectoire est un parallélogramme car les côtés opposés de la trajectoire sont deux à deux parallèles.

De plus les angles $\widehat{A\hat{E}H}$ et $\widehat{B\hat{E}F}$ sont égaux.
Si l'angle $\widehat{H\hat{E}F}$ est droit alors l'angle $\widehat{A\hat{E}H}$ mesure 45 degrés et le triangle AEH est alors rectangle et isocèle en A .

De même, on obtient que les triangles EBF , FCG et GDH sont rectangles et isocèles respectivement en B , C et D .

Les triangles AEH et CGF sont isométriques, de même que les triangles EBF et GDH .

De là on en déduit que $AB = BC$: le billard est nécessairement un carré.



Exercice n° 8

DES LETTRES ET DES CHIFFRES

5 points

GAUSS = 9 8 5 3 3

GENIE = 9 7 0 6 7