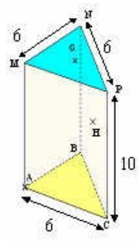
2002

Rallye mathématiques

Épreuve officielle

Exercice n° 1 : (5 points)

Un Bug dans la boîte



Sur les parois de la boîte ci-contre en forme de prisme droit à base triangulaire, sont déposées deux gouttes de miel, l'une en G, centre de gravité du triangle MNP et l'autre en H, centre du rectangle BNPC. Un insecte rampant sur les parois à partir du point A peut choisir entre les deux trajets A? G ? H et A? H? G pour atteindre les deux gouttes .

Calculer les longueurs exactes des trajets les plus courts entre A et G, entre A et H et entre G et H.

Lequel des deux trajets A? G ? H et A? H? G est le plus court ?

Exercice n°2 : (5 points)

Arithmétique consécutive

Vérifier que, pour a = 4, b = 5, c = 6 et d = 7, le nombre $p = a + b^2 + c^3$ est divisible par b, par d et aussi par d^2.

En général, a, b, c et d étant quatre nombres entiers consécutifs quelconques, est-il vrai que $a + b^2 + c^3$ est divisible par b, par d et aussi par d^2 ?

Exercice n° 3 : (8 points)

Chère union

Pour cet exercice, l'unité de longueur est le millimètre.

Tracer le petit axe horizontal D et le grand axe vertical D' de la feuille réponse. Sur D', en dessous du centre O de la feuille, placer les points A, B, C et D tels que : OA = 5 ; OB = 15 ; OC = 50 et OD = 60 et leurs symétriques respectifs A', B', C' et D' par rapport à O.

Tracer les droites D_1 et D_2 parallèles à D, passant respectivement par A et B.

Tracer les droites D'_1 et D'_2 parallèles à D , passant respectivement par A' et B'.

__Dans le demi-plan situé à droite de D'__ :

Tracer la demi-droite [Dx) telle que l'angle Odx = 23°. Elle coupe respectivement D_1, D_2, D'_1 et D'_2 en E, F, G et H.

Tracer l'arc de cercle C'K de centre O où K appartient à la demi-droite [Fx).

Tracer l'arc de cercle D'L de centre O où L appartient à la demi-droite [Fx).

Tracer la demi-droite [Oy) telle que l'angle DOy = 50°. Placer sur celle-ci le point I tel que OI = 50.

Tracer la demi-droite [Iz') parallèle à D' et située en dessous de [Oy).

Tracer les arcs de cercle de centre O de rayons OC et OD compris entre D' et [Iz').

<u>Dans le demi-plan situé à gauche de D'</u> :

Tracer l'arc de cercle CM de centre A où M appartient à D_1 et l'arc de cercle DN de centre A où N appartient à D_1.

Tracer les deux arcs de cercle C'M' et D'N' respectivement symétriques par rapport à D , des arcs CM et DN.

Placer le point P de D_2 tel que BP = 75 et le point Q de D'_1 tel que A'Q = 75.

Construire les points R de D_1 et S de D'_2 tels que PREF et QSHG soient des parallélogrammes.

a) Colorier en bleu ces deux parallélogrammes, les portions de couronnes et le carré MNN'M'.

b) Les points O, F et I sont-ils alignés ? Pourquoi ?

Exercice n° 4 : (5 points)

Cours ça m' dit !

C'est le dur jour de la reprise pour nos trois champions Claude, Gérard et Philippe. Leur entraîneur donne le programme :

« Chacun d'entre vous devra courir 4 jours par semaine, avec repos obligatoire chaque lundi. Pour éviter tout surmenage, vous n'aurez pas 3 jours consécutifs d'entraînement. En outre, pour mesurer vos progrès, nous ferons une séance hebdomadaire d'entraînement en commun. »

Puis l'entraîneur distribue les plannings :

Claude constate qu'il ne court ni aujourd'hui, ni demain ;

Gérard ne s'entraîne jamais le mercredi ;

Philippe ne s'entraîne ni demain, ni après-demain.

Quel jour de la semaine a lieu la reprise ? Établir le planning hebdomadaire d'entraînement de chacun.

Quel est le jour où les trois athlètes courent ensemble ?

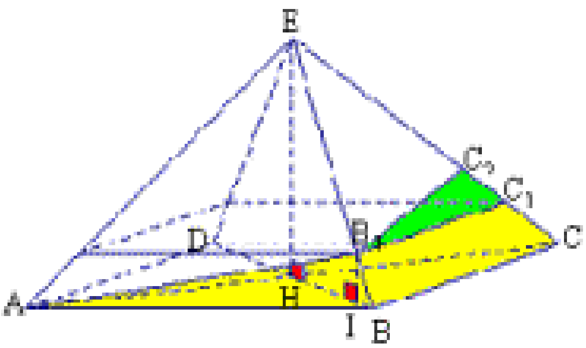
Exercice n° 5 : (12 points)

Un travail Pharaonique

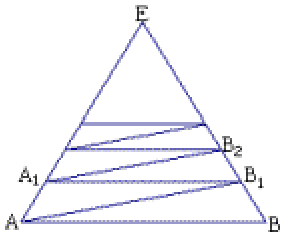
Il y a plus de 4500 ans, le pharaon égyptien Khéops, commande à l'architecte Kyrius, la construction d'une pyramide régulière à base carrée de 230 m de côté et dont les arêtes latérales mesurent 220 m.

- Calculer la hauteur EH de la pyramide.

Bien que les techniques de construction des pyramides ne soient pas connues avec certitude, il est probable que les égyptiens construisaient progressivement des rampes autour de la pyramide et en même temps qu'elle, afin d' acheminer les blocs de pierre au niveau du chantier.



En cours de travaux, arrivé au cinquième de la hauteur, Kyrius fait le point. Il a édifié, sur la face EAB, une rampe allant de A à B1 .



· A quelle hauteur B_1I du sol se situe le point B_1 ?

· Calculer alors la pente* (en pourcentage) de la rampe $[AB_1]$.

Kyrius décide de poursuivre, autour de la pyramide la construction de rampes ayant toutes la même pente que la première. Ainsi, la deuxième rampe sera construite sur la face BEC de la pyramide de B_1 à C_2 puis la troisième, sur la face CED de C_2 à D_3 …

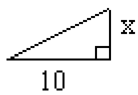
Kyrius, géomètre génial, résume son plan de construction par le dessin ci-contre où toutes les faces latérales de la pyramide se superposent sur la face AEB, les segments $[AB_1]$, $[A_1B_2]$, …étant parallèles et symbolisant les rampes $[AB_1]$, $[B_1C_2]$, $[C_2D_3]$ …

· Calculer la distance C_2C_1.

· Combien de rampes Kyrius doit-il construire pour arriver, sur une arête, à moins de 10 m du sommet de la pyramide ?

· Représenter à l'échelle 1/2300^e une vue de dessus de la pyramide munie de ses rampes.

•*La pente d'une droite est de x% quand, lorsqu'on avance de 100 mètres horizontalement, on monte de x mètres.*



Exercice n° 6 : (5 points)

Petit écart

a) Voici les chiffres 2 , 3 , 4 et 5. En utilisant une et une seule fois chacun de ces chiffres, écrire deux nombres entiers dont la différence est la plus petite possible. Expliquer la démarche.

b) Voici les chiffres 2 , 3 , 4 , 5 , 6 et 7. En utilisant une et une seule fois chacun de ces chiffres, écrire deux nombres entiers dont la différence est la plus petite possible.

c) Voici les chiffres 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 et 9. En utilisant une et une seule fois chacun de ces chiffres, écrire deux nombres entiers dont la différence est la plus petite possible.

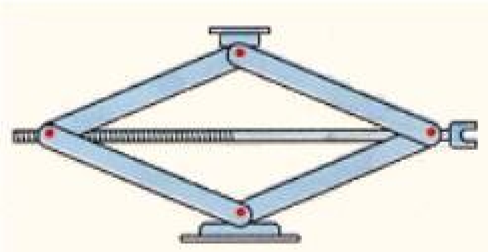
Exercice n° 7 : (5 points)

Quel cric !

Voulant changer une roue de ma voiture, j'ai enfin trouvé le cric. On schématise celui-ci par un losange déformable de 20 cm de côté. Une longue vis ayant un pas de 2 mm relie les articulations B et D : ainsi, un tour donné à celle-ci, éloigne ou rapproche de 2 mm les points B et D l'un de l'autre.

Lorsque j'ai sorti le cric du coffre, il était complètement replié (A et C confondus). Pour le développer et l'installer sous la voiture à l'emplacement prévu, j'ai dû donner exactement 28 tours de vis avant que le châssis de la voiture ne se soulève.

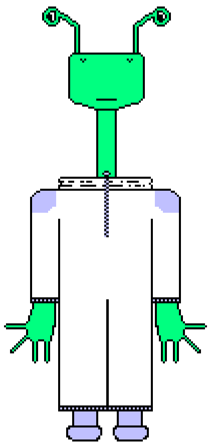
Combien faut-il de tours supplémentaires pour lever la voiture de 10 cm ?



Exercice n° 8 : (5 points)

2002 L'odyssée...

Le 3e type existe ! Lors de ses pérégrinations, Obiwan a rencontré sur la planète Octowok, des humanoïdes ayant quatre doigts à chacune de leurs deux mains. Ceux-ci ont développé un système de calcul basé sur leurs huit doigts.



Otto

Les seuls chiffres connus d'eux sont : *0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6* et *7*.

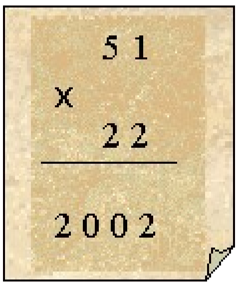
Le nombre qui les suit est *10* qui se lit "*un*"-"*zéro*" et représente une « huitaine ».

On compte donc ainsi : *0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 11 ; ...; 17 ; 20 ; 21 ; ...*

1°) a) Otto, un habitant d' Octowok, écrit *33* (*"trois"-"trois"*). Qu'est-ce qu' Obiwan doit comprendre en numération terrienne ?

b) Convertir 33 (trente-trois) dans la numération octowokienne.

2°) a) Otta, un autre habitant d' Octowok, écrit *333* (*"trois"-"trois"-"trois"*). Qu'est-ce qu' Obiwan doit comprendre ?



b) Convertir 333 (trois cent trente-trois) dans la numération octowokienne.

3°) Otti dit que son village a *2002* âmes (*"deux"-"zéro"-"zéro"-"deux"*)

Quel est le nombre d'habitants de ce village ?

4°) Obiwan veut leur expliquer que sur Terre, nous sommes en l'an 2002.

Quelle année doit-il leur annoncer ?

5°) Otti dit que sur la planète voisine, les autochtones n'ont pas le même nombre de doigts qu'eux et il montre à Obiwan le document ci-contre sur lequel figure une multiplication.

Quel est le nombre de doigts des habitants de la planète voisine ?