ÉPREUVE OFFICIELLE

Vendredi 23 mars 2007

3e

Formule « Groupes » (Exercices 1 à 4)
Formule « Classes » (Exercices 1 à 6)

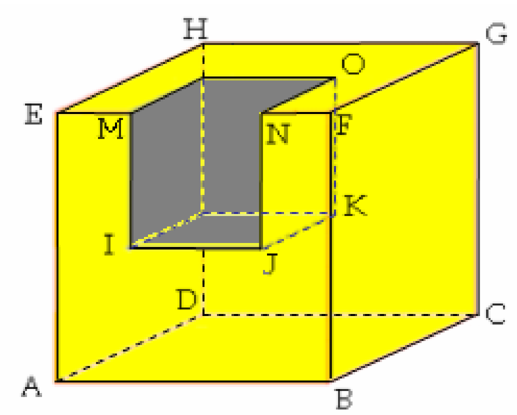
Exercice n° 1 — **LE CUBE « ÉCUBÉ »**

8 points

ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête. Il est « évidé » d'un autre cube de 2 cm d'arête tel que EM = NF = 1 cm (voir schéma ci-contre).
1) Réaliser un patron de ce solide.

2) Une fourmi part de A pour se rendre en O. Elle ne se déplace que sur les faces planes du solide. Elle emprunte le trajet AIKO.
a) Calculer la longueur du chemin parcouru.

b) Toujours en circulant sur les parties planes du solide, lui est-il possible d'emprunter un chemin plus court pour rejoindre O en partant de A ? Le tracer en vert sur votre patron.

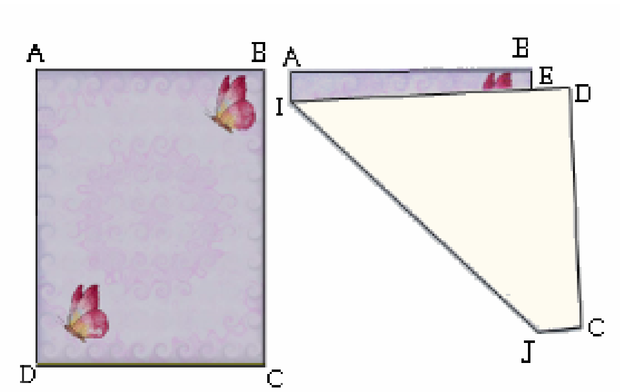


c) Tracer en rouge, sur le patron, le chemin que vous pensez être le plus court de tous. Justifier.

Exercice n° 2 — **LE PLI**

12 points

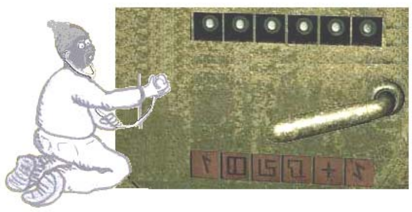
On dispose d'une feuille de papier de format A4 dont les dimensions sont 21 cm sur 29,7 cm.
On a réalisé le pliage ci-contre où EB = 0,4 cm et ED = 0,7 cm.
Calculer un arrondi à 1 mm près de la longueur du pli [IJ].



Exercice n° 3 — **LE CODE SECRET**

5 points

Un coffre-fort est protégé par un code à six chiffres qui ne commence pas par un zéro. Les quatre premiers chiffres sont des entiers consécutifs rangés dans l'ordre croissant (par exemple 2345). Les deux derniers sont des entiers consécutifs rangés dans l'ordre décroissant (par exemple 87). De plus, le code est un carré parfait. Quel est ce code ?



Exercice n° 4

SI GAUSS M'ÉTAIT COMPTÉ

5 points

Existe-t-il un entier naturel n tel que $\dfrac{1+2+3+4+5+6+\ldots+n}{n}=2007$? Justifier la réponse.

Fin des exercices de la Formule « Groupes »

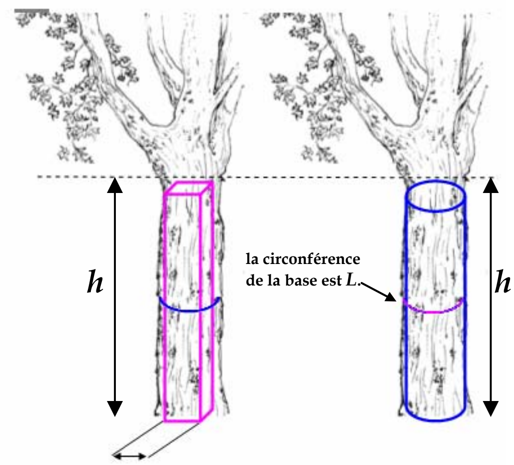
Exercice n° 5

EN FORÊT D'ORLÉANS

8 points

Dans le commerce du bois, on est amené à évaluer le volume des troncs d'arbres en grume (c'est-à-dire revêtus de leur écorce mais débarrassés de leurs branches). Pour ce faire, diverses méthodes ont été pratiquées, dans le passé, par les professionnels. Elles fournissaient des valeurs approchées des volumes recherchés.
Ces diverses méthodes faisaient appel à la section moyenne L du tronc. Cette section moyenne est la mesure de la circonférence du tronc à mi-hauteur de l'arbre. On désigne par h la hauteur de ce tronc.

1) Pour estimer rapidement le volume de bois donné par un tronc, on considère que ce tronc est un cylindre de hauteur h et dont la circonférence de la base est L.
Justifier que le volume est $\dfrac{L^2h}{4\pi}$.



2) Pour connaître le volume utile de bois donné par un tronc, ce qui exclut l'écorce et l'aubier, les professionnels considéraient que le tronc était un pavé droit de base carrée et de hauteur h.
Suivant l'essence de l'arbre, plusieurs procédés étaient utilisés.

a) 1er procédé « cubage au quart sans déduction » (appliqué aux résineux) : on prend pour côté du carré de la base du pavé droit le quart de la longueur L de la section moyenne. Justifier alors que le volume utile est $\dfrac{L^2h}{16}$.

b) 2ème procédé « cubage au cinquième déduit » (appliqué aux essences dont l'écorce est épaisse comme par exemple le chêne) : on prend pour côté du carré de la base du pavé droit le quart de la longueur L de la section moyenne préalablement diminuée de son cinquième. Quel est alors le volume utile ?

c) 3ème procédé « cubage au sixième déduit » (appliqué aux essences dont l'écorce est mince comme par exemple le hêtre ou le peuplier) : on prend pour côté du carré de la base du pavé droit le quart de la longueur L de la section moyenne préalablement diminuée de son sixième. Quel est alors le volume utile ?

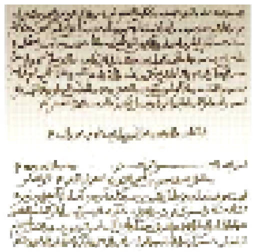
3) On dispose de deux troncs d'arbres en grume. Le premier est un tronc de chêne d'une hauteur de 6 m et dont la section moyenne mesure 1,80 m. Le deuxième est un tronc de hêtre dont la section moyenne mesure 1,50 m. Quelle est la hauteur du tronc de hêtre sachant que les volumes utiles de bois donnés par les deux troncs sont les mêmes ? (on donnera un arrondi de sa longueur à 1 cm près).

Exercice n° 6

ATTAQUE FRÉQUENTIELLE

Manuscrit sur le déchiffrement des messages cryptographiques d'Al-Kindi.

5 points



Les savants arabes sont les inventeurs de la cryptanalyse. C'est une méthode permettant de décrypter les messages codés. Les lettres du texte à coder sont remplacées par d'autres lettres de la façon suivante :
1) deux lettres différentes sont codées de façons différentes.
2) la même lettre est toujours codée de la même façon.
Le premier traité exposant une procédure pour décrypter un texte codé de cette façon a été écrit par Al Kindi au IX siècle après J.C. Sa théorie repose sur le fait que dans un texte, les lettres ont des fréquences différentes. Par exemple, en français, la fréquence de la lettre E est, selon le texte, presque toujours supérieure aux fréquences des autres lettres. Selon sa théorie, il y a donc de fortes chances pour que, dans un texte codé, la lettre qui apparaît le plus fréquemment représente un E. Les lettres les moins fréquentes représentent probablement un W, un K ou un X ...

Le tableau ci-dessous exprime, en pourcentages, les fréquences moyennes, arrondies au dixième, des lettres utilisées dans les textes écrits en français. Calculer, dans un autre tableau, les fréquences, arrondies au dixième, de chaque lettre du message codé ci-dessous. En observant judicieusement les correspondances entre les deux tableaux (en profitant des indications suivantes : il y a 133 lettres dans le message codé et la lettre A code la lettre C), décoder le message.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
9,4	1,0	2,4	3,4	16,0	1,0	1,0	0,8	8,4	0,9	0,0	5,3	3,2	7,2	5,1	2,9	1,1	6,5	7,9	7,3	6,2	2,2	0,0	0,3	0,2	0,3

message français à décoder

BKSMAMZCZMTFY, KF OKATOCFZ ZHKY
CYZIAMKIYKUKFZ AK UKYYCLK ATOK, RTIY CRKP
BHCFADM IF XCY OKAMYMB RKHY SC RMAZTMHK
BMFCSK OCFY AK HCSSWK UCZDKUCZMGIK OI AKFZHK.

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.